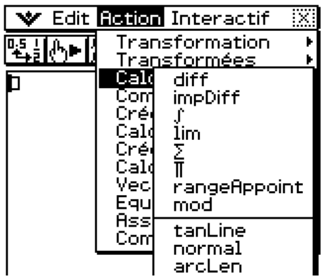
Extrêmes absolus et locaux

Le ClassPad permet de déterminer les extrêmums (maximum et minimum) absolus d'une fonction sur un intervalle avec la fonction « fMax » ou la fonction « fMin ». Il peut déterminer les extrêmes (maximum et minimum) locaux avec le menu G-Solve à partir du tracé d'un graphique.

Exemple

Déterminez les maximum et minimum absolus de la fonction f définie par $f(x) = -0{,}1x^4 + x^2$ sur l'intervalle [–3; 4].

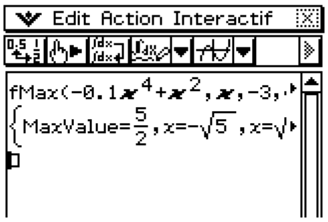
Détermination des extrêmes absolus avec les fonctions « fMax » et « fMin »



Dans la barre d'icônes, tapez sur <Main> (menu principal) pour afficher le menu principal.

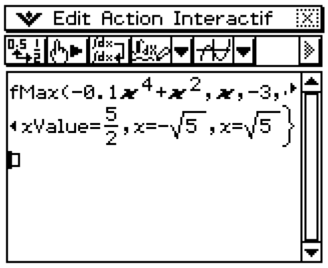
Pour déterminer le maximum ou minimum absolu d'une fonction sur un intervalle, avec la fonction « fMax » ou la fonction « fMin », on saisit l'expression de la fonction, la variable de la fonction ainsi que les bornes d'intervalle gauche et droite séparés à chaque fois par des virgules.

Détermination du maximum absolu de f sur [–3; 4]



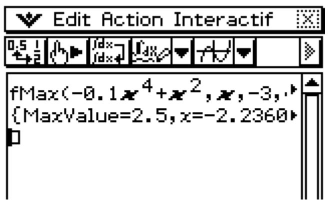
Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▸ Calcul ▸ fMax] pour entrer la fonction « fMax ».
Ensuite, entrez l'expression de la fonction $-0{,}1x^4 + x^2$ ainsi que séparés par une virgule, la variable x et les bornes d'intervalle –3 et 4.

[(–)][0][.][1][x][∧][4] [+] [x][∧][2]
[,] [x] [,] [(–)][3] [,] [4] [ )] [EXE]



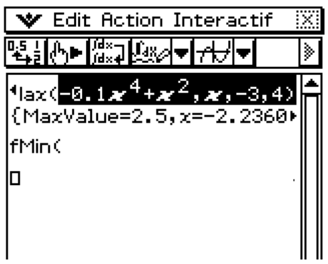
Si vous voulez faire apparaitre les éléments non visibles de l'expression, tapez sur la flèche à côté de la ligne contenant l'expression.

Le maximum de f sur l'intervalle [–3 ; 4] est $\frac{5}{2}$ = 2,5. Il est atteint pou $x = -\sqrt{5} \approx -2{,}236$ et pour $x = \sqrt{5} \approx 2{,}236$.



Pour afficher le résultat dans la représentation décimale, tapez dans la ligne de résultat, puis dans la barre de symboles sur 0.5. Vous pouvez tapez de nouveau sur 0.5 barre de symboles pour repasser dans la représentation standard.

Détermination du minimum absolu de f sur [–3; 4]

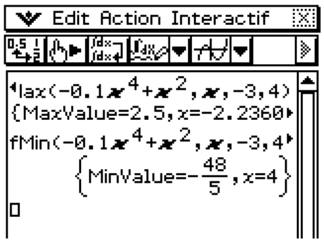


Tapez dans la nouvelle ligne d'entrée pour y positionner le curseur. Ensuite, sélectionnez dans la barre de menus [Action ▸ Calcul ▸ fMin] pour entrer la fonction « fMin ».
Sélectionnez, dans la première ligne saisie l'expression de la fonction f et les

Auteur : Torsten Gebauer

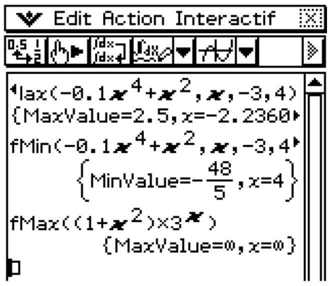
paramètres suivants, puis déplacez-les derrière la parenthèse ouverte de la nouvelle ligne commençant par fMin. Ensuite, appuyez sur [EXE].

Le minimum de f sur l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$ est $-\frac{48}{5} = -9{,}6$. On admet qu'il est atteint pour $x = 4$.



Exemple

Analysez la fonction $g(x) = (1 + x^2) \cdot 3^x$ pour rechercher un maximum et un minimum absolus sur IR.



Extrêmums absolus sur IR

Pour déterminer le maximum ou minimum absolu d'une fonction sur IR, on peut supprimer les bornes d'intervalle après la fonction « fMax » ou la fonction « fMin ». Cela vaut également pour la variable de la fonction lorsqu'il s'agit de x.

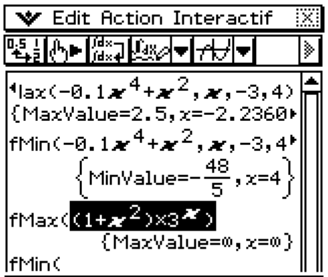
Analyse de g pour rechercher un maximum absolu sur IR

Pour entrer la fonction « fMax » dans une nouvelle ligne d'entrée, sélectionnez dans la barre de menus [Action ▸ Calcul ▸ fMax].

Ensuite, entrez l'expression $(1 + x^2) \cdot 3^x$.

[( ] [1] [+] [x][∧][2] [ )] [×] [3][∧][x] [ )] [EXE]

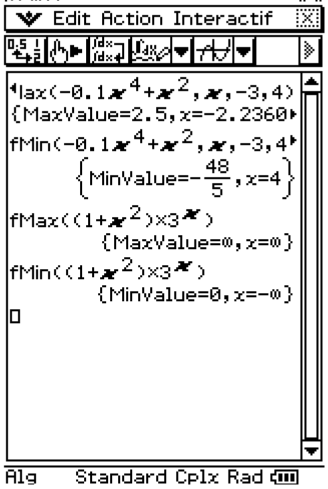
L'indication « MaxValue = ∞ » signifie que $g(x) \to +\infty$ lorsque $x \to +\infty$. La fonction g n'admet pas de maximum absolu.



Analyse de g pour rechercher un minimum absolu sur IR

Pour entrer la fonction « fMin » dans une nouvelle ligne d'entrée, sélectionnez dans la barre de menus [Action ▸ Calcul ▸ fMin].
Sélectionnez, dans la ligne d'entrée précédente, l'expression de la fonction g et déplacez-le derrière la parenthèse ouverte de la nouvelle ligne de saisie. Ensuite, appuyez sur [EXE].

L'indication « MinValue = 0 » signifie dans ce cas que $g(x) \to 0$ lorsque $x \to -\infty$. g n'admet pas de minimum absolu.

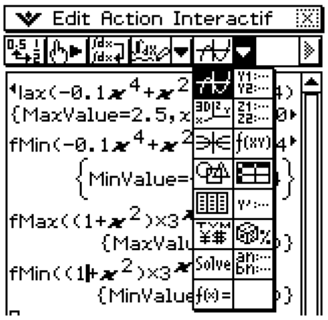


S'il n'y a pas de maximum ou de minimum sur l'intervalle, souvent on indique + ∞ respectivement $-\infty$, cela signifie que $f(x) \to +\infty$ ou $-\infty$.

Auteur : Torsten Gebauer

Exemple

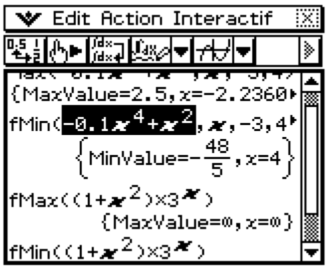
Déterminez les maximums et minimums locaux de la fonction $f(x) = -0{,}1x^4 + x^2$.



Détermination des extrêmes locaux

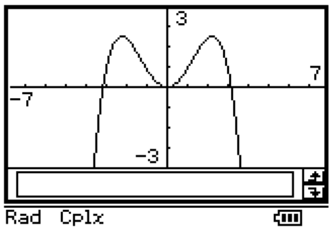
Représentation graphique de f

Pour ouvrir une fenêtre graphique, tapez dans la barre de symboles sur la flèche des boutons de l'application, puis sur .

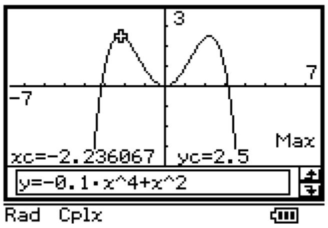


Sélectionnez l'expression de la fonction *f* par exemple dans la deuxième ligne de la fenêtre de l'application principale et déplacez-le dans la fenêtre graphique. Le graphique de *f* est tracé selon le réglage actuel des paramètres de la fenêtre considérée. S'il ne s'agit pas du réglage initial, sélectionnez celui-ci dans la barre de menus de la fenêtre graphique à l'aide de [Zoom ▸ Standard-Rapide.].

Détermination des maximums locaux de f

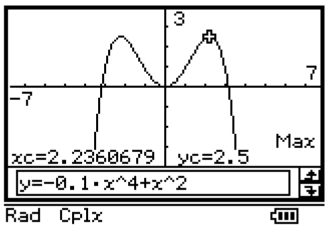


Dans la barre de menus, sélectionnez [Analysis ▸ Solution graphique ▸ Maximum].



Le maximum local est affiché avec la valeur la plus petite de x dans l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$. Il est atteint en -2,236 environ et il vaut 2,5. Après avoir appuyé sur [▶], le maximum local est affiché avec la valeur suivante de x qui est de 2,236 et le maximum vaut 2,5. Comme, lorsqu'on appuie de nouveau sur [▶], l'affichage ne change pas, il n'y a pas d'autre maximum local dans l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ représentée.

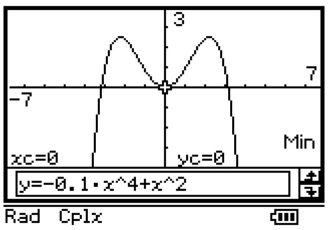
Détermination des minimums locaux de f



Dans la barre de menus, sélectionnez [Analyse ▸ Solveur graphique ▸ Min].

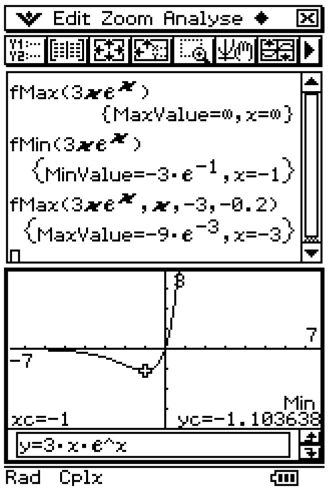
Le seul minimum local sur l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ est 0 et il est atteint en 0, puisqu'en appuyant sur [▶] on n'obtient pas d'autre minimum local.

Seuls les extrêmes locaux de l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ représentée sont affichés. On peut éventuellement choisir un intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ de plus grande amplitude pour trouver d'autres extrêmes pour le graphique. Cependant, dans un intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ très large, il est possible qu'on ne trouve pas tous les extrêmes locaux.



Pour obtenir la valeur exact d'un extrémum local, vous pouvez utiliser la fonction « fMax » ou la fonction « fMin » dans la fenêtre de l'application principale et choisir un intervalle d'amplitude moindre de manière à ce que l'extrémum local soit ici en même temps l'extrémum absolu.

La détermination extrémums absolus et locaux peut, dans des cas exceptionnels, conduire à des résultats trop imprécis ou erronés. Cela est possible par exemple dans des fonctions ayant des points de discontinuité ou de grandes variations sur des intervalles $[X_{min}; X_{max}]$ de faibles amplitudes.



Exercice

1°) Rechercher le maximum et le minimum absolu sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(x) = 3x \cdot e^{x}$

2°) Déterminer me maximum absolu de f sur l'intervalle $[-3; -0,2]$.

3°) Déterminer tous les extremums locaux de f.

Auteur : Torsten Gebauer