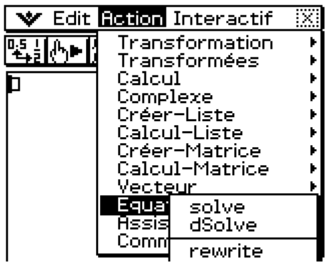
Résolution d'équations

La résolution d'équations est très importante dans tous les domaines de mathématique. Le ClassPad permet de résoudre précisément des équations de polynomiales de degré un, deux et supérieur ainsi que beaucoup d'autres équations. Une équation peut contenir plusieurs inconnues ainsi que des paramètres.
Les équations à une inconnue que le ClassPad ne peut pas résoudre de façon exacte sont résolues numériquement à l'aide de la méthode de Newton. Celle-ci est dépendante de la valeur de départ qui doit être fixée.
Le ClassPad permet également de résoudre graphiquement des équations à partir des représentation graphique des fonctions définies par les membres de gauche et de droite de l'équation.

> **Exemple**
> **Déterminez les solutions de l'équation d'inconnue x de l'équation $x^2 \cdot \ln x + 2t = 2 \cdot \ln x + tx^2$.**

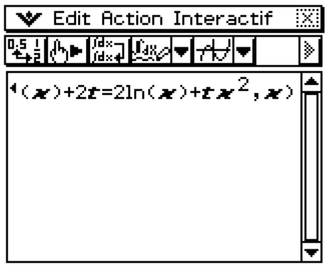
Résolution exacte d'équations



Dans la barre d'icônes, tapez sur <Main> (menu principal) pour afficher le menu d'application principale.

Pour résoudre des équations, la fonction « solve » (résolveur d'équations) est suivie de l'équation à résoudre et, après une virgule, de la variable de solution. En l'absence de virgule et de variable de solution, le ClassPad sélectionne x comme variable de solution.

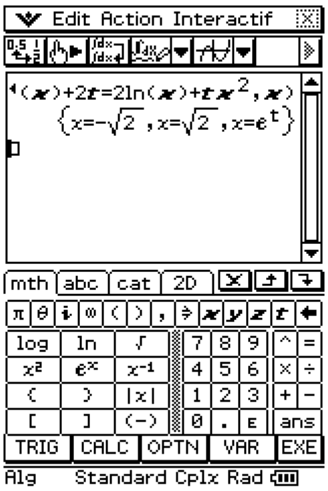
Résolution de l'équation avec la fonction « solve » du menu Action



Dans la barre de menus, sélectionnez [Action▸Équ./Inéq.▸solve] pour entrer la fonction « solve ». Ensuite, entrez l'équation $x^2 \cdot \ln x + 2t = 2 \cdot \ln x + tx^2$ et, après une virgule en utilisant le clavier mathématique, la variable de solution x.

[Keyboard] [x] [x^2] [×] [ln] [x] [ )] [+] [2] [t] [=]
[2] [ln] [x] [ )] [+] [t] [x] [x^2] [,] [x] [ )] [EXE]

L'équation $x^2 \cdot \ln x + 2t = 2 \cdot \ln x + tx^2$ a trois solutions:
$x = -\sqrt{2}$; $x = \sqrt{2}$ et $x = e^t$.



> **Exemple**
> **Déterminez les solutions de l'équation $e^x = 1 - x^2$.**

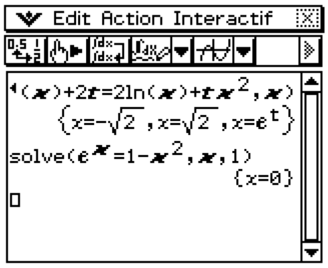
Résolution numérique d'équations

Si une équation admet des solutions qui ne sont pas exprimables à partir des fonctions usuelles, on peut quand même la résoudre numériquement en utilisant la méthode de Newton.

Auteur : Torsten Gebauer

Pour résoudre numériquement des équations avec la méthode de Newton, la fonction « solve » est suivie de l'équation à résoudre et, respectivement après une virgule, de l'inconnue de l'équation et d'une valeur de départ.

Résolution numérique de l'équation avec la fonction « solve » pour la valeur de départ 1



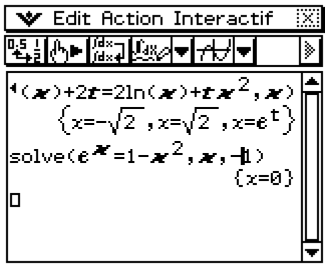
Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▸ Équ./Inéq. ▸ solve] pour entrer la fonction « solve ».

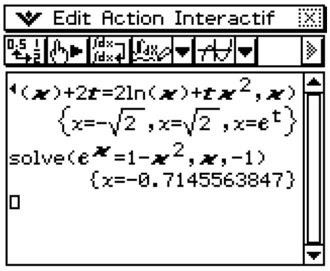
Ensuite, entrez l'équation $e^x = 1 - x^2$ et, respectivement après une virgule en utilisant le clavier mathématique, l'inconnue x et par exemple la valeur de départ 1.

$\boxed{e^x}$ [x][ )] [=] [1] [–] [x] $\boxed{x^2}$ [,] [x] [,] [1] [ )] [EXE]

Une solution de l'équation est donnée pour $x = 0$.

Résolution numérique de l'équation avec la fonction « solve » pour la valeur de départ –1



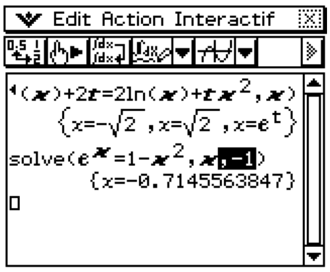


Tapez dans la dernière ligne d'entrée après la deuxième virgule pour y positionner le curseur. Si la valeur de départ doit être par exemple de –1, appuyez sur [(–)] pour insérer le signe négatif, et sur [EXE].

Une autre solution de l'équation est donnée pour $x \approx -0{,}7146$.

La résolution numérique d'équations avec la procédure de Newton ne donne aucun éclaircissement sur le nombre de solutions qui existent, puisqu'une seule solution est déterminée à chaque fois. La procédure fournit le plus souvent la solution la plus proche de la valeur de départ. En changeant la valeur de départ, on peut essayer d'obtenir des solutions différentes.
Les équations peuvent également être résolues dans le menu de résolution numérique d'équations avec la méthode de Newton.

Résolution numérique automatique d'équations



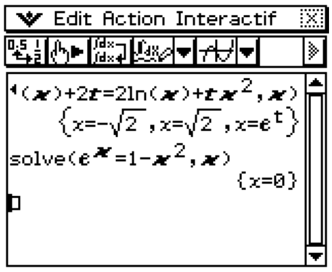
Si la fonction « solve » est suivie uniquement de l'inconnue, mais pas de la valeur de départ, le ClassPad essaie de résoudre précisément l'équation comme dans le premier exemple. Si cela n'est pas possible, le ClassPad la résout numériquement. En utilisant la procédure de Newton, 0 est choisi automatiquement comme valeur de départ.

Résolution de l'équation avec la fonction « solve »

Sélectionnez dans la dernière ligne d'entrée les signes ,–1 devant la dernière parenthèse fermée et effacez la valeur de départ ainsi que la virgule en appuyant sur [⬅]. Ensuite appuyez sur [EXE].

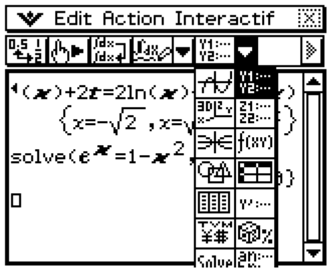
Comme l'équation ne peut pas être résolue exactement, le ClassPad utilise la méthode de Newton avec la valeur de départ 0 et n'indique que la solution pour $x = 0$.

Auteur : Torsten Gebauer



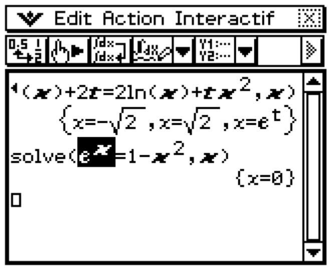
Même si, dans la résolution d'une équation une seule solution est indiquée, plusieurs solutions peuvent exister lorsque le ClassPad ne peut pas résoudre l'équation de façon exacte et utilise automatiquement la procédure de Newton.

Résolution graphique d'équations



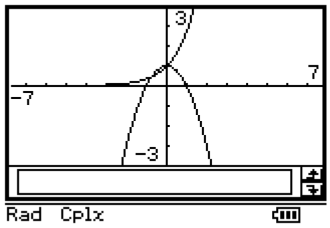
Pour la résolution graphique d'équations qui est également réalisée numériquement, on peut généralement identifier le nombre de solutions et déterminer pour chacune d'elle une valeur approchée.
Si on représente graphiquement les fonctions définies respectivement par le membre droit et le membre gauche d'une équation, les points d'intersection des deux représentations graphiques donnent les solutions de l'équation. En variante, on peut représenter graphiquement la différence des deux côtés de l'équation sous forme de fonction et déterminer leurs points nuls.

Représentation graphique des fonctions définies par le membre de gauche et de droite d'une équation



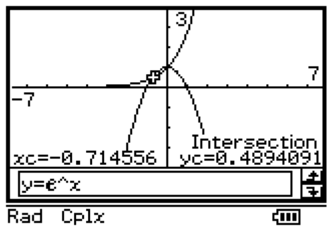
Pour ouvrir une fenêtre graphique, tapez dans la barre de symboles sur la flèche dans la rangée de boutons d'application puis sur .

Sélectionnez le membre gauche de l'équation e^x dans la dernière ligne d'entrée de la fenêtre d'application principale et déplacez-le dans la fenêtre graphique. La représentation graphique de la fonction est tracée selon le réglage actuel des paramètres de la fenêtre considérée.
Sélectionnez alors le côté droit de l'équation $1 - x^2$ dans la dernière ligne d'entrée de la fenêtre d'application principale et déplacez-le également dans la fenêtre graphique.

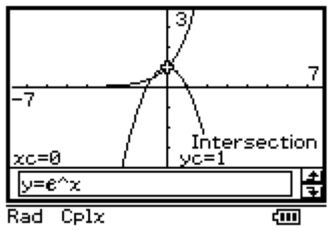


Détermination des points d'intersection des deux représentations graphiques

Dans la barre de menus, sélectionnez [Analyse ▸ Solution graphique ▸ Point d'intersection].



Le point d'intersection est affiché avec la valeur de x la plus petite dans l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$ (qui correspond à la plage affichée). On a $x \approx -0{,}7146$. Après avoir appuyé sur [▶] les coordonnées du point d'intersection suivant (dans l'ordre croissant des abscisses) s'affiche : $x = 0$. Étant donné que, lorsqu'on réappuie sur [▶], l'affichage ne change pas, il n'y a pas d'autre point d'intersection dans l'intervalle $[X_{min}; X_{max}]$.



Le tracé des représentations graphiques fait apparaître que l'équation $e^x = 1 - x^2$ ne comporte que les deux solutions $x \approx -0{,}7146$ et $x = 0$.

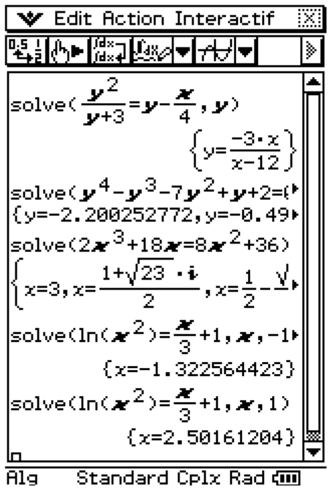
Pour la résolution graphique d'équations, les points d'intersection sont toujours indiqués dans $[X_{min}; X_{max}]$. À l'aide de la représentation graphique et des connaissances élémentaires dont on dispose sur le tracé des représentations graphiques de fonctions, on peut généralement déterminer si d'autres points

Auteur : Torsten Gebauer

d'intersection peuvent se trouver en dehors de la plage x représentée. Le cas échéant, on devra sélectionner intervalle de plus grande amplitude pour la représentation graphique. Cependant, dans une plage x très importante, il est possible que tous les points d'intersection ne soient pas trouvés.

En général, les procédures de résolutions numériques peuvent, dans certains cas d'exception, conduire à des solutions erronées ou incomplètes.

Dans le mode complexe (Cplx dans la barre d'états), les solutions dans ℂ sont également affichées, notamment pour les résolutions exactes. Si les solutions réelles seulement doivent être affichées, vous pouvez régler le mode Réel dans le menu Setup (configuration), dans le sous-menu Format de base.



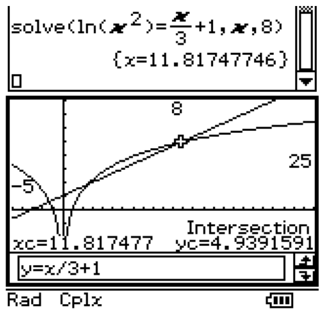
Exercice

Résolvez l'équation $\frac{y^2}{y+3} = y - \frac{x}{4}$ d'inconnue y.

Résolvez l'équation $y^4 - y^3 - 7y^2 + y + 2 = 0$.

Déterminez toutes les solutions complexes de l'équation $2x^3 + 18x = 8x^2 + 36$.

Déterminez numériquement et graphiquement toutes les solutions de l'équation $\ln(x^2) = \frac{x}{3} + 1$.



Auteur : Torsten Gebauer

Retrouvez cette fiche et d'autres documentations sur
http://www.cornelsen-teachweb.de/co/casio