Détermination de dérivées

Le ClassPad permet de calculer des dérivées d'ordre quelconque de fonctions. Cela vaut également pour des dérivées partielles lorsqu'une fonction comporte plusieurs variables ou paramètres. On peut donc faire de multiples recherches analytiques sur les fonctions. Outre la possibilité de réaliser des discussions sur les représentations graphiques, en déterminant des extremums relatifs et des points d'inflexion relatifs, on peut également par exemple reconstruire des fonctions à partir de propriétés données.

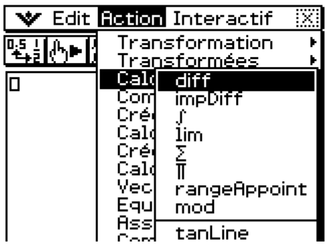
Exemple

Dérivez la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\,e^{tx}$.
Déterminez la dérivée seconde de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(y) = \frac{y}{y^2+1}$ et sa valeur pour $y = 3$.

Calcul de dérivée

Dans la barre d'icônes, tapez sur <Main> (menu principal) pour afficher le menu d'application principale.

Pour calculer la dérivée d'une fonction, la fonction « diff » permet d'afficher l'expression de la fonction et, après une virgule, la variable permettant de réaliser la différenciation. Si on supprime la virgule et la variable, le ClassPad calcul la dérivée par rapport à x.



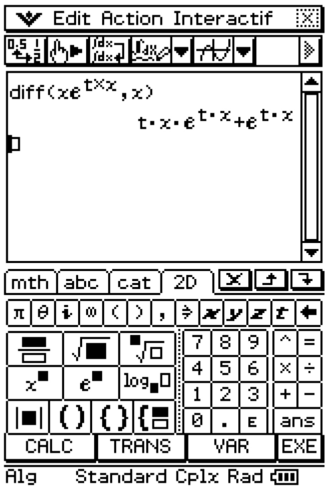
Détermination de la fonction dérivée de g

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▸ Calcul ▸ diff] pour entrer la fonction « diff ».

Ensuite, entrez l'expression de la fonction $x\,e^{tx}$ et, après une virgule, la variable x en utilisant le clavier 2D.

[Keyboard] [2D] [x] [$e^{■}$] [t] [x] [▶] [,] [x] [ )] [EXE]

$g'(x) = tx\,e^{tx} + e^{tx}$



Détermination de fonctions de dérivées supérieures

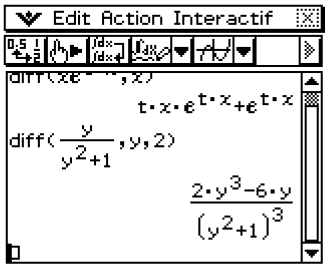
Pour calculer la n-ième dérivée d'une fonction, la fonction « diff » est suivie par le terme de la fonction, la variable par rapport à laquelle on dérive et l'ordre n, séparés à chaque fois par une virgule.

Détermination de la dérivée seconde de h

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▸ Calcul ▸ diff] pour entrer la fonction « diff ». Ensuite, entrez l'expression de la fonction $\frac{y}{y^2+1}$ et, respectivement séparés par une virgule, la variable y et l'ordre 2.

Auteur : Torsten Gebauer

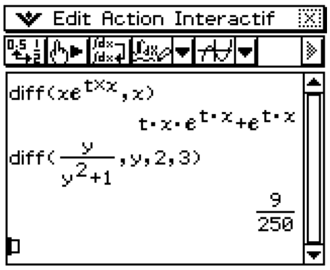
[y] [▼] [y] [$x^{\blacksquare}$] [2] [▶] [+] [1] [▶] [,] [y] [,] [2] [ )] [EXE]



$$h''(y) = \frac{2y^3 - 6y}{(y^2+1)^3}$$

Détermination de valeurs de dérivée

Pour déterminer la dérivée n-ième d'une fonction en un point, la fonction « diff » est suivie par l'expression de la fonction, la variable par rapport à laquelle on dérive, l'ordre n et le point où la dérivée doit être déterminée, séparés à chaque fois par une virgule.



Détermination de la dérivée seconde de h en 3

Tapez dans la dernière ligne d'entrée avant la parenthèse fermée et insérez une virgule et la valeur 3 avec [,] [3]. Ensuite, appuyez sur [EXE].

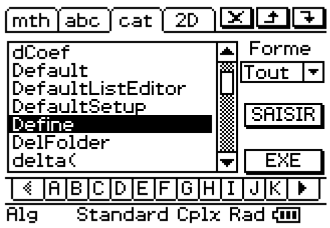
$$h''(3) = \frac{9}{250}$$

Exemple

Déterminez une fonction polynôme de degré 3 notée f telle que la courbe passe par le point (–2; –1) et a, un maximum local en (–1; 7) ainsi qu'un point d'inflexion en $x = 0$.

Reconstruction d'une fonction

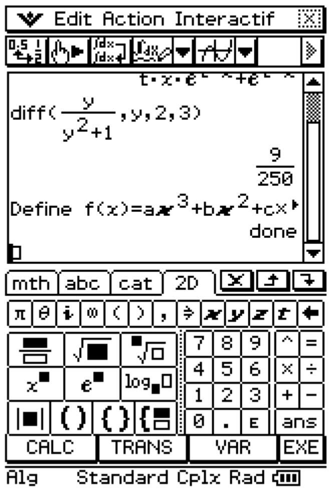
Point de départ pour l'équation de la fonction : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



À partir des propriétés demandées, on obtient un système d'équations linéaires avec 4 équations et les inconnues a, b, c et d:

$f(-2) = -1$
$f(-1) = 7$
$f'(-1) = 0$
$f''(0) = 0$

Définition de f avec la fonction « Define »

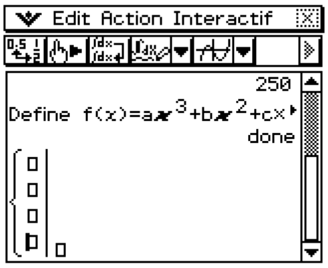


À l'aide de [cat], vous passez dans le clavier catalogue. Ici, tapez sur la flèche [▼] sous la rubrique Form et sélectionnez Cmd. Tapez ensuite sur [D] dans la rangée de lettres, puis deux fois sur Define.
Puis, entrez l'équation de la fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ en utilisant le clavier alphabétique.

[abc] [f][( ][x][ )] [=]
[a][x][∧][3] [+] [b][x][∧][2] [+] [c][x] [+] [d] [EXE]

Auteur : Torsten Gebauer

Résolution du système d'équations avec la fonction « solve 2D »



Pour entrer la fonction « solve 2D », à l'aide de [2D] allez dans la deuxième partie du clavier 2D et tapez trois fois sur . Tapez alors dans la ligne la plus haute des quatre équations pour commencer l'entrée.

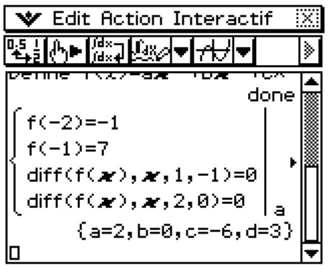
[abc] [f][( ][(–)][2][ )] [=] [(–)][1] [▼]

[f][( ][(–)][1][ )] [=] [7] [▼]

[Action ▸ Calcul ▸ diff]
[f][( ][*x*][ )] [,] [*x*] [,] [1] [,] [(–)][1] [ )] [=] [0] [▼]

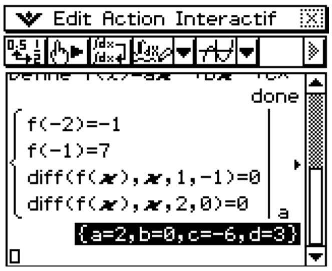
[Action ▸ Calcul ▸ diff]
[f][( ][*x*][ )] [,] [*x*] [,] [2] [,] [0] [ )] [=] [0]

[▶] [a][,] [b][,] [c][,] [d] [EXE]



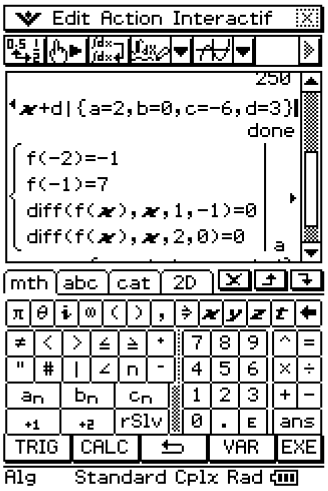
Solution : $a = 2$ $b = 0$ $c = -6$ $d = 3$ $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$

Pour être sûr que la fonction trouvée à côté du système d'équations remplisse les propriétés demandées, il est nécessaire de vérifier que les conditions sont satisfaites de manière à ce que, pour $x = -1$ on ait un maximum local et pour $x = 0$ un point d'inflexion.
Il est utile d'introduire dans l'expression de la fonction f la solution pour les coefficients lorsque d'autres calculs sont réalisés avec la fonction trouvée.



Introduction de la solution dans l'expression de la fonction f avec l'opérateur « with »

Sélectionnez la solution, avec les accolades, et tapez sur pour la copier.
Faites alors défiler la liste déroulante vers le haut, tapez pour la définition de f sur la flèche sur le côté droit de la ligne d'entrée, puis derrière la constante d pour faire apparaître un curseur clignotant. Pour entrer l'opérateur « with », allez avec [mth] [OPTN] dans le clavier Options du clavier mathématique, et tapez sur [|]. En tapant sur insérez les coefficients. Ensuite, appuyez sur [EXE].

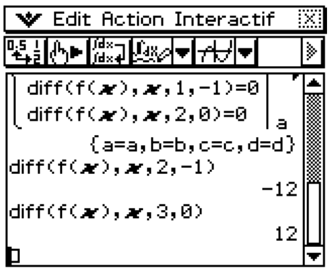


Vérification du maximum pour x = –1

[Action ▸ Calcul ▸ diff]
[abc] [f][( ][*x*][ )] [,] [*x*] [,] [2] [,] [(–)][1] [ )] [EXE]

Comme $f''(-1) = -12 < 0$, f a un maximum relatif en $x = -1$.

Vérification du point d'inflexion pour x = 0



[Action ▸ Calcul ▸ diff]
[f][( ][*x*][ )] [,] [*x*] [,] [3] [,] [0] [ )] [EXE]

Comme $f'''(0) = 12 \neq 0$, f a un point d'inflexion en $x = 0$.

Auteur : Torsten Gebauer

Exercice

Calculer la dérivée partielle de la fonction g définie sur $\mathbb{R}^3$ par $g(x, y, z) = (xy + z)^2$

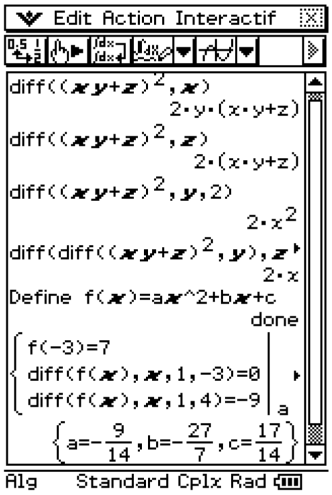
(1) par rapport à x ?

(2) par rapport à z ?

(3) par rapport à y deux fois ?

(4) par rapport à y puis z ?

Déterminez une fonction polynôme de degré 2 notée f comportant un extrémum local au point (–3; 7) et dont la dérivée a la valeur –9 pour $x = 4$.



Auteur : Torsten Gebauer