

Tangentes aux représentations graphiques de fonctions

Le ClassPad permet de déterminer des tangentes en tout point d'une courbe (représentant une fonction dérivable). Cela peut être réalisé par un calcul avec la fonction « tanLine » ou d'après le tracé de la représentation graphique à l'aide du menu Dessin. Alors que le mode par le calcul fournit l'équation de tangente exacte, la détermination graphique donne une illustration de la position relative de la courbe représentant la fonction et de la tangente. Les tangentes jouent un rôle important dans l'approximation affine de fonctions, comme par exemple dans la méthode d'Euler ou de Newton.

Exemple

Déterminez le point nul de la tangente au point d'inflexion pour la fonction $f(x) = 7x^3 - 4x^2 + 16$.

Détermination graphique


Tapez dans la barre d'icônes sur <Menu>, puis dans le menu principal sur le symbole  du menu Graphique et Table.

Entrée de l'expression caractérisant la fonction de f

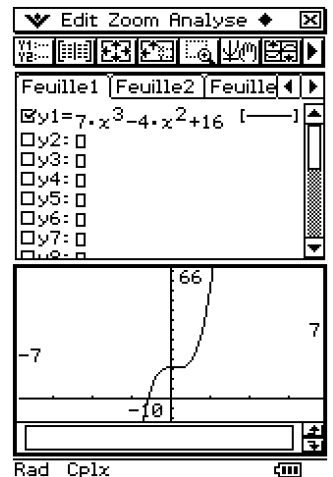
Tapez dans la fenêtre de l'éditeur graphique dans y_1 et entrez l'expression de la fonction $7x^3 - 4x^2 + 16$ ($y=$ doit être affiché dans la barre de symboles de la fenêtre de l'éditeur graphique).

[7][x][^][3][-][4][x][^][2][+][1][6] [EXE]

Représentation graphique de f

Tapez dans la barre de symboles sur  pour faire apparaître la représentation graphique de f dans la fenêtre graphique.

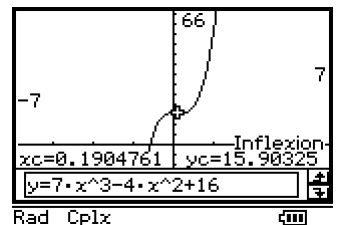
Pour obtenir une image propre, sélectionnez par exemple dans la barre de menus de la fenêtre graphique [Zoom▶x^2 Rapide.] puisque f est une fonction polynôme du 3^e degré qui a des valeurs positives au voisinage de 0.




Détermination du point d'inflexion de f avec le menu G-Solve

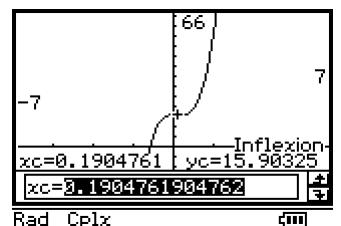
Dans la barre de menus, sélectionnez [Analyse▶Solution graphique▶Inflexion].

En tant que fonction polynôme du 3^e degré, f a précisément un point d'inflexion. Il se trouve approximativement au niveau de (0,19 ; 15,9).



Copie de la valeur x du point d'inflexion

Tapez dans la fenêtre graphique sur la valeur de x du point d'inflexion affichée en bas à gauche pour l'afficher également dans le champ du message. Ensuite, sélectionnez la valeur de x dans le champ du message et tapez sur  à droite à côté du champ du message pour la copier.



Dessin de la tangente au point d'inflexion avec le menu Dessin

Dans la barre de menus, sélectionnez [Analysis ▶ Dessin ▶ Tangente].

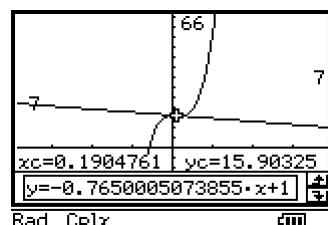
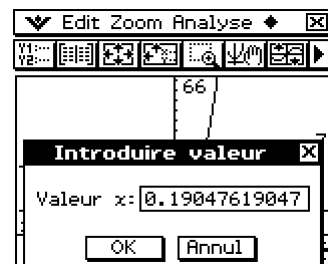
Tapez sur le graphique pour faire apparaître un curseur clignotant, puis sur [(] pour ouvrir la boîte de dialogue dans laquelle on entre la valeur de x du point où une tangente à la représentation graphique doit être tracée.

Pour insérer la valeur de x du point d'inflexion, tapez dans le clavier mathématique sur $\boxed{\frac{\square}{\square}}$ et dans la boîte de dialogue sur \boxed{OK} .

Le curseur se trouve alors à l'emplacement du point d'inflexion. Après avoir appuyé sur [EXE], la tangente au point d'inflexion est tracée et son équation s'affiche dans le champ du message.

Vous pouvez taper sur le côté droit du champ du message pour voir la partie manquante de l'équation de la tangente.

L'équation de la tangente est approximativement : $y = -0,765x + 16,05$.

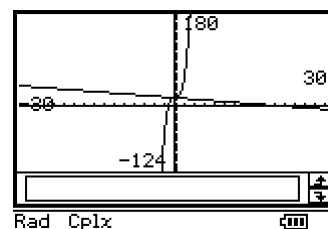


Vous pouvez déplacer le curseur clignotant également avec la touche de déplacement du curseur [▶] ou [◀] le long de la représentation graphique sans ouvrir la boîte de dialogue en entrant une valeur. L'inconvénient est que, de cette manière, on ne peut atteindre que certaines positions.

Rétrécissement du graphique

Pour que l'image représentée contienne le point d'ordonnée nulle de la tangente au point d'inflexion, sélectionnez dans la barre de menus de la fenêtre graphique [Zoom ▶ Zoom arrière] pour rétrécir le graphique de deux fois par exemple, lorsque les facteurs de zoom ont la valeur 2 pour les directions x et y selon le réglage standard.

Rad Cplx



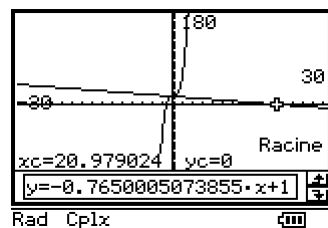
Rad Cplx

Détermination du point nul de la tangente au point d'inflexion avec le menu G-Solve

Dans la barre de menus, sélectionnez [Analyse ▶ Solveur graphique ▶ Racine].

Tapez sur le graphique pour que le carré sur la représentation graphique de f clignote. Puis passez avec [▼] dans la représentation graphique de la tangente au point d'inflexion et appuyez sur [EXE] pour l'enregistrer.

Le point d'ordonnée nulle de la tangente au point d'inflexion se trouve approximativement en $x \approx 20,98$.



Rad Cplx

Détermination par le calcul

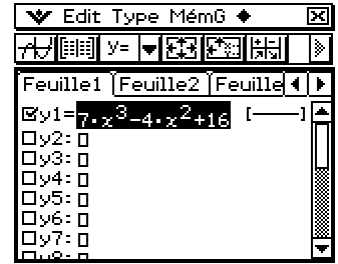
Le point d'inflexion s'obtient en trouvant les racines de la dérivée seconde de f .

Copie de l'expression caractérisant la fonction de f dans le menu d'application principale

Sélectionnez dans la fenêtre de l'éditeur graphique l'expression de la

fonction $7x^3 - 4x^2 + 16$ et sélectionnez dans la barre de menus [Edit ▶ Copier] pour la copier.

Dans la barre d'icônes, tapez sur <Main> (menu principal) pour passer dans le menu d'application principale. Insérez ici l'expression de la fonction en sélectionnant [Edit ▶ Coller] dans la barre de menus.

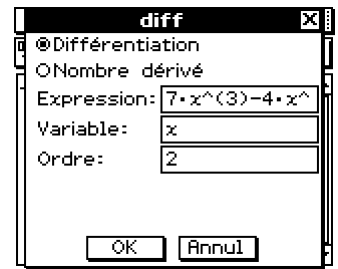


Détermination de la dérivée seconde de f avec la fonction « diff » du menu Interactif

Sélectionnez dans la ligne d'entrée l'expression de la fonction $7x^3 - 4x^2 + 16$ et sélectionnez dans la barre de menus [Interactif ▶ Calcul ▶ diff].

Dans la boîte de dialogue, entrez dans la rubrique Ordre : 2 avec [▼] [2] pour déterminer la dérivée seconde et tapez sur **OK**.

La dérivée seconde de f est définie par : $f''(x) = 42x - 8$.



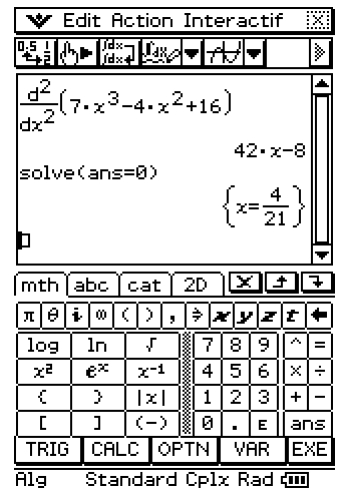
Détermination de la racine de la dérivée seconde

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▶ Équation/Inégalité ▶ solve] pour entrer la fonction « solve ».

Ensuite, en utilisant le clavier mathématique, entrez la variable réponse ans qui contient actuellement le terme de la 2^e dérivée $42x - 8$, le signe égal et la valeur 0.

[Keyboard] **ans** [=] [0] [)] [EXE]

Le point d'inflexion se trouve comme le point où f'' s'annule, c'est-à-dire en $x = \frac{4}{21}$.



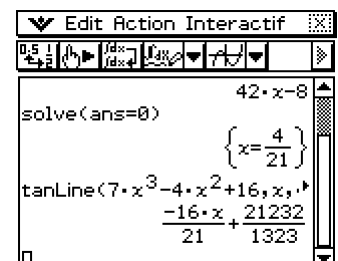
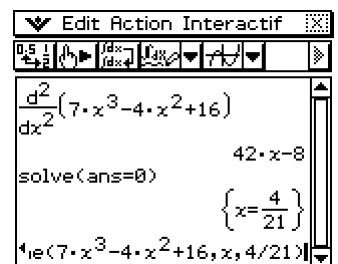
La variable ans contient le résultat du dernier calcul réalisé dans le menu d'application principale.

Pour déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant une fonction, utilisez la fonction « tanLine ». Elle est suivie par l'expression de la fonction, la variable de la fonction et l'abscisse du point où la tangente doit être déterminée, séparés par des virgules.

Détermination de la tangente au point d'inflexion avec la fonction « tanLine »

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▶ calcul ▶ tanLine] pour entrer la fonction « tanLine ». Ensuite, insérez avec **↵** l'expression de la fonction de f qui se trouve dans le presse-papiers, et entrez à chaque fois après une virgule la variable de fonction x et la valeur de x $\frac{4}{21}$ du point d'inflexion.

[,] [x] [,] [4] [÷] [2] [1] [)] [EXE]

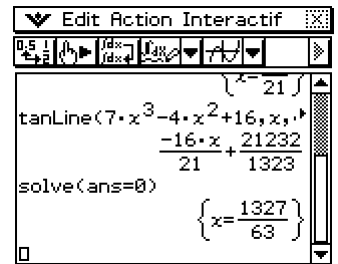


L'équation de la tangente au point d'inflexion donne : $y = -\frac{16}{21}x + \frac{21232}{1323}$.

Détermination du point nul de la tangente au point d'inflexion

Pour déterminer l'abscisse du point d'ordonnée nulle de la tangente au point d'inflexion, sélectionnez l'expression solve(ans=0) de la deuxième ligne d'entrée, déplacez-la dans la nouvelle ligne d'entrée et appuyez sur [EXE]. Pour afficher le résultat dans une représentation décimale, vous pouvez taper dans la ligne de résultat puis dans la barre de symboles sur $\left[\frac{\square}{\square} \right]$.

L'abscisse du point d'ordonnée nulle de la tangente au point d'inflexion est $x = \frac{1327}{63} \approx 21,06$.



Exercice

Déterminez graphiquement et par le calcul l'abscisse du point d'inflexion et la tangente au point d'inflexion de la fonction définie par $f(x) = (3x - 9) \cdot e^x$.

Déterminez graphiquement et par le calcul la tangente à la courbe de la fonction définie par $g(x) = \sqrt{x}$ en $x = 2$. Déterminez avec le menu G-Solve ou dans le menu de l'application principale, quelle est l'abscisse du point de la tangente d'ordonnée 5.

