

Intégrales

Le ClassPad permet de calculer des primitives, définies et impropres. C'est également possible dans de nombreux cas lorsque la fonction à intégrer contient plusieurs variables ou paramètres.

Outre la détermination d'aires, on peut également calculer, à l'aide des intégrales, des volumes de solides de révolution et des longueurs d'arc par exemple.

Exemple

Calculez les intégrales suivantes :

$$(1) \int \ln x \, dx \quad (2) \int_{-1}^1 \frac{1}{1+y^2} \, dy \quad (3) \int_{0,001}^1 \sqrt{x^3} \sin \frac{1}{x} \, dx$$

$$(4) \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} \, dx \quad (5) \int_0^1 \frac{1}{x^3} \, dx$$

Calcul d'intégrales indéfinies

Dans la barre d'icônes, tapez sur <Main> (menu principal) pour afficher le menu d'application principale.

Pour calculer une primitive, la fonction « ∫ » est suivie de la fonction à intégrer et, après une virgule, de la variable d'intégration. En l'absence de virgule et de variable d'intégration, le ClassPad sélectionne x comme variable d'intégration.

Calcul de l'intégrale 1 avec la fonction « ∫ » du menu Action

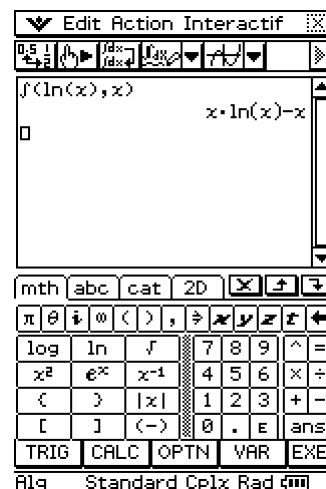
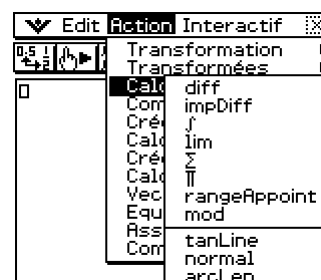
Dans la barre de menus, sélectionnez [Action ▶ Calcul ▶ ∫] pour entrer la fonction « ∫ ».

Ensuite, entrez en utilisant le clavier mathématique la fonction à intégrer $\ln x$ et, après une virgule, la variable x .

[Keyboard] $\ln[x][,][x][)]$ [EXE]

$$\int \ln x \, dx = x \cdot \ln x - x + C$$

Pour le calcul de primitives, le ClassPad donne une primitive et non pas toutes les primitives. En fait il prend la constante nulle.



Calcul d'intégrales définies

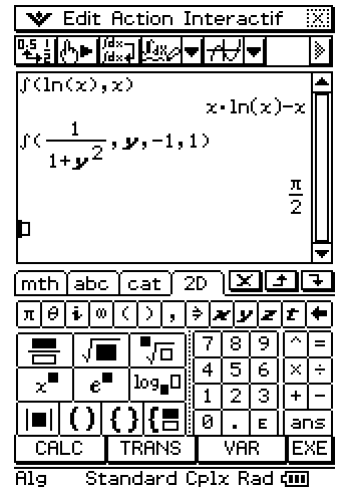
Pour calculer une intégrale, la fonction « ∫ » est suivie, de la fonction à intégrer, de la variable d'intégration, des bornes d'intégration inférieure et supérieure, à chaque fois séparées par des virgules.

Calcul de l'intégrale 2 avec la fonction « ∫ » du menu Action

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action▶Calcul▶∫] pour entrer la fonction « ∫ ». Ensuite, entrez l'expression de la fonction à intégrer $\frac{1}{1+y^2}$ et, respectivement après une virgule en utilisant le clavier 2D, la variable y, la limite d'intégration inférieure -1 et la limite d'intégration supérieure 1.

$\int_{-1}^1 \frac{1}{1+y^2} dy = \frac{\pi}{2}$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{1+y^2} dy = \frac{\pi}{2}$$



Calcul numérique d'intégrales définies

Si, pour une intégrale définie, le ClassPad ne peut pas déterminer de primitive de la fonction à intégrer, le ClassPad recherche alors une valeur approchée de l'intégrale (sauf si une des bornes est une variable).

Le résultat du calcul numérique est une valeur approchée de l'intégrale à 10⁻⁵ près. S'il faut réaliser un calcul numérique avec une autre marge d'erreur donnée, on peut ajouter celle-ci après une virgule derrière la borne d'intégration supérieure.

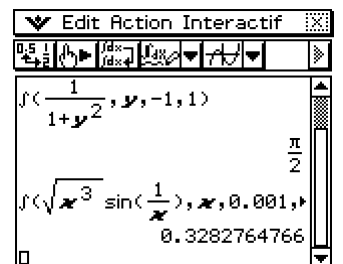
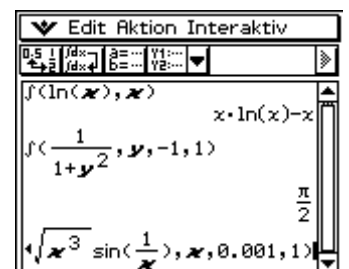
Calcul de l'intégrale 3 sans indication de marge d'erreur

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action▶Calcul▶∫] pour entrer la fonction « ∫ ». Ensuite, entrez l'expression de la fonction à intégrer $\sqrt{x^3} \sin \frac{1}{x}$ et, respectivement après une virgule, la variable x, la borne d'intégration inférieure 0,001 et la borne d'intégration supérieure 1.

$\int_{0.001}^1 \sqrt{x^3} \sin \frac{1}{x} dx \approx 0,32828$

Comme le ClassPad ne peut pas déterminer de primitive de la fonction, le calcul de l'intégrale est réalisé numériquement à 10⁻⁵ près.

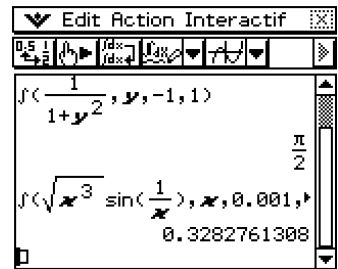
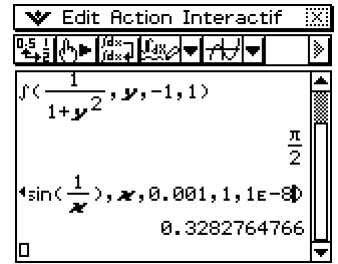
$$\int_{0.001}^1 \sqrt{x^3} \sin \frac{1}{x} dx \approx 0,32828$$



Calcul de l'intégrale 3 avec une marge d'erreur de 10^{-8}

Tapez sur la flèche à droite de la dernière ligne d'entrée, puis derrière la borne d'intégration supérieure 1 et insérez une virgule et la marge d'erreur 10^{-8} pour avoir une meilleure valeur approchée de l'intégrale à l'aide des touches [,] [1] [EXP] [(-)] [8]. Ensuite, appuyez sur [EXE].

$$\int_{0,001}^1 \sqrt{x^3} \sin \frac{1}{x} dx \approx 0,32827613$$



Calcul d'intégrales impropres

Calcul de l'intégrale 4 avec la fonction « 1/x » du menu Action

Dans la barre de menus, sélectionnez [Action] [Calcul] [1/x] pour entrer la fonction « 1/x ». Ensuite, entrez l'expression de la fonction à intégrer $\frac{1}{x^3}$ et, respectivement après une virgule, la variable x, la borne d'intégration inférieure 1 et la borne d'intégration supérieure +∞.

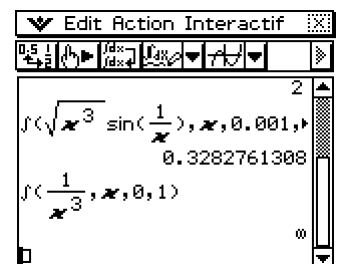
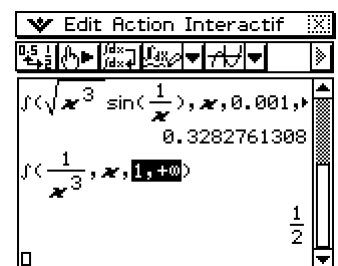
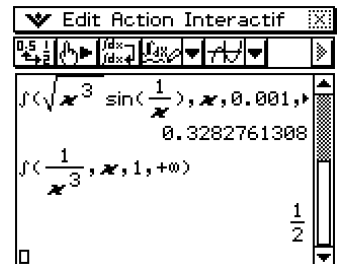
[1/x] [1] [▼] [x] [x^3] [3] [►] [►] [,] [x] [,] [1] [,] [∞] [)] [EXE]

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{1}{x^3} dx = \frac{1}{2}$$

Calcul de l'intégrale 5

Remplacez dans la dernière ligne d'entrée les bornes d'intégration en sélectionnant l'expression 1, +∞ et entrez pour cela 0 comme limite d'intégration inférieure et 1 comme borne d'intégration supérieure à l'aide des touches [0] [,] [1]. Ensuite, appuyez sur [EXE].

$$\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{1}{x^3} dx = \infty$$



Exercice

Calculez les intégrales suivantes.

(1) $\int_{-3}^2 \frac{1}{5} (3y - 6)^2 dy$ (2) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ (3) $\int \cos(ax + b) dx$

Déterminer la primitive F avec $F(6) = 5$ de la fonction définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 7x + 5$.

Calculez le volume du corps de révolution engendré par la rotation de C_g autour de l'axe (Ox) avec g la fonction définie sur $[4 ; 8]$ par $g(x) = \frac{1}{4}x$.

Soit h la fonction définie par $h(x) = z - z^3x^2$ avec $z > 0$. Montrez que l'aire de la partie de plan délimitée par la courbe représentant la fonction h , l'axe (Ox) et située au dessus de l'axe (Ox) est indépendante de z .

