

L'entreprise de froid-clim Joly est sollicitée par un particulier pour installer une chambre froide en forme de pavé droit



Partie A :

Le client impose trois contraintes pour l'installation de la chambre froide :

- Contrainte n°1 : périmètre de 12 mètre pour la base rectangulaire ABCD
- Contrainte n°2 : la hauteur $AE = 3 AB$
- Contrainte n°3 : Le volume doit être maximum

Exercice n°1 :

L'objectif de cette exercice est de déterminer l'expression du volume $V(x)$ de la chambre froide en fonction de AB .

On note $AB = x$ mètre

1-1 Justifier que $BC = 6 - x$

1-2 Quelles sont les valeurs possibles de x ?

1-3 Exprimer l'aire de la base ABCD rectangulaire $A(x)$ en fonction de x .

$$A(x) = AB \times BC$$

1-4 Exprimer le volume $V(x)$ de la chambre froide en fonction de x

$$V(x) = A(x) \times AE$$

Exercice N°2 :

L'objectif de l'exercice est de déterminer le volume $V(x)$ maximum de la chambre froide.

Proposer une méthode pour déterminer le volume maximum de la chambre sachant que $V(x) = 3x^2 (6 - x)$



APPEL N°1 : Indiquer à l'examineur votre méthode

Partie B : Méthode graphique

Soit f la fonction définie pour tout x de l'intervalle $] 0 , 6]$ par :

$$f(x) = - 3 x^3 + 18 x^2$$

Exercice n°3 :

L'objectif est de déterminer graphiquement le maximum de la fonction $f(x)$

- 3-1 Représenter la fonction $f(x)$ avec la calculatrice .
- 3-2 Evaluer graphiquement la solution de l'équation $f'(x) = 0$, $f'(x)$ étant la fonction dérivée de la fonction $f(x)$
- 3-3 On admet que la fonction $f(x)$ admet un maximum pour $x = 4$ sur l'intervalle $] 0 , 6]$.
Evaluer graphiquement l'ordonnée correspondante .



APPEL N°2 : Arguer à l'examinateur vos résultats

Partie C : Méthode numérique

Soit f la fonction définie pour tout x de l'intervalle $] 0 , 6]$ par :

$$f(x) = - 3 x^3 + 18 x^2$$

Exercice n°4 :

L'objectif est de déterminer numériquement le maximum de la fonction $f(x)$

- 4-1 On appelle f' la fonction dérivée de la fonction $f(x)$
Montrer que $f'(x) = - 9x^2 + 36 x$
- 4-2 Résoudre $f'(x) = 0$ pour x appartenant à l'intervalle $] 0 , 6]$ et Calculer $f(4)$
- 4-3 Comparer les résultats du 4-2 et du 3-3 . Conclure .



APPEL N°3 : Arguer à l'examinateur vos résultats

Exercice n°5 :

L'objectif de l'exercice est l'exploitation de l'étude mathématique

La fonction f modélise la variation du volume de la chambre froide

- 5-1 Donner la longueur AB en mètre , qui correspond au volume maximum
- 5-2 Donner le volume maximum en mètre cube de la chambre froide

FORMULAIRE :

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle