Fonction rationnelle

a) $\dfrac{2}{x-3} - \dfrac{3}{x+2} \geq 0$

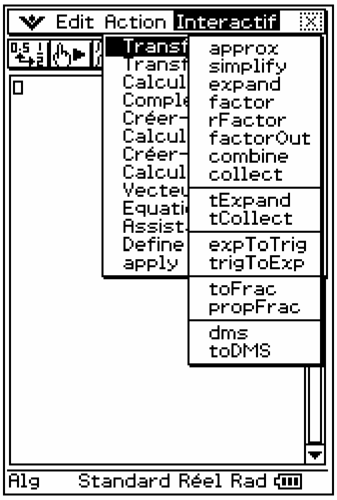
Valeurs interdites

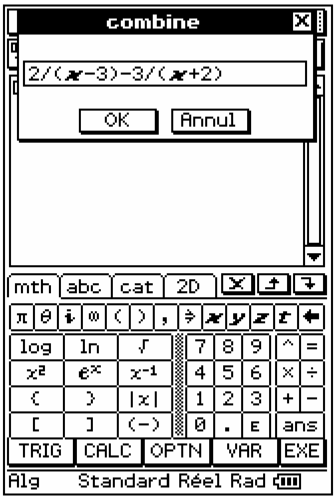
$x - 3 = 0$ soit $x = 3$ $\qquad$ $x + 2 = 0$ soit $x = -2$ $\qquad$ D = $\Psi - \{-2 ; 3\}$

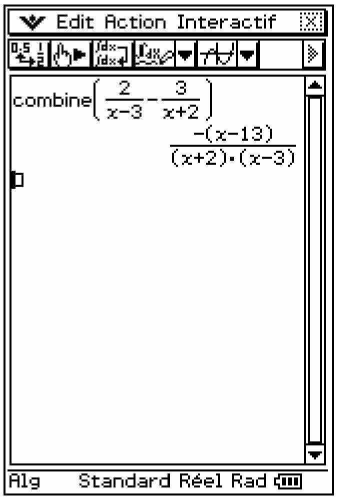
Pour résoudre une équation ou une inéquation, il faut réduire au même dénominateur

$$\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2(x+2) - 3(x-3)}{(x-3)(x+2)} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-x+13}{(x-3)(x+2)} \geq 0$$

Sur la ClassPad, on obtient ce résultat avec « Combine » dans le menu Main







Avec le tableau de signes, on obtient la réponse suivante :

$\dfrac{2}{x-3} - \dfrac{3}{x+2} \geq 0$ $\qquad$ S = $]-\infty ; -2[\cup]3 ; 13]$

b) $\dfrac{2}{x-3} - \dfrac{3}{x+2} \geq -1$

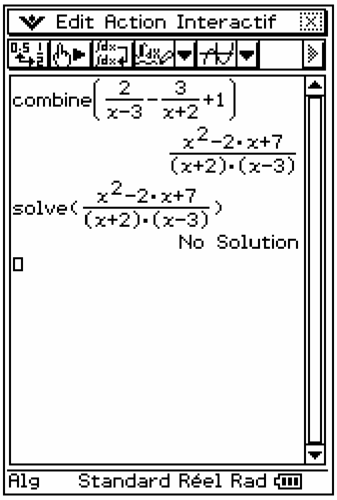
Valeurs interdites

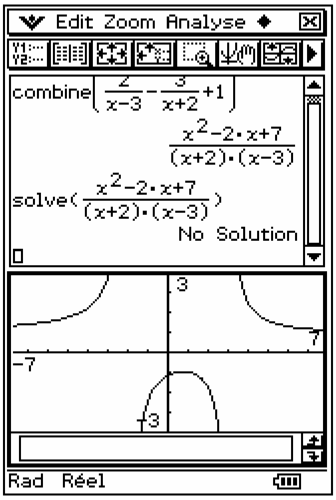
$x - 3 = 0$ soit $x = 3$ $\qquad$ $x + 2 = 0$ soit $x = -2$ $\qquad$ D = $\Psi - \{-2 ; 3\}$

$$\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x+13}{(x-3)(x+2)} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 7}{(x-3)(x+2)} \geq 0$$

$x^2 - 2x + 7 = 0$

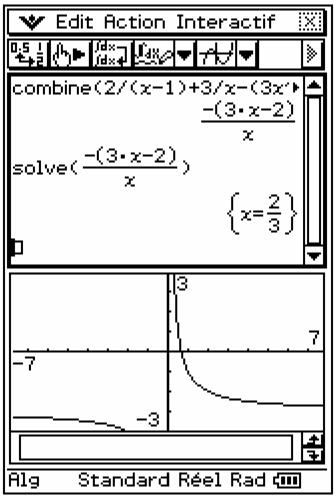
$\Delta = -24$ $\qquad$ Il n'y a pas de racines réelles





$$\boxed{\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x+7}{(x-3)(x+2)} \geq 0 \qquad S =]-\infty\,;-2\,[\,\cup\,]\,3\,;+\infty\,[}$$

c) $\dfrac{2}{x-1} + \dfrac{3}{x} \leq \dfrac{3x^2-1}{x^2-x}$



- Valeurs interdites

$x - 1 = 0$ soit $x = 1$ $\qquad x = 0$

$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0$ soit $x = 0$ ou $x = 1$

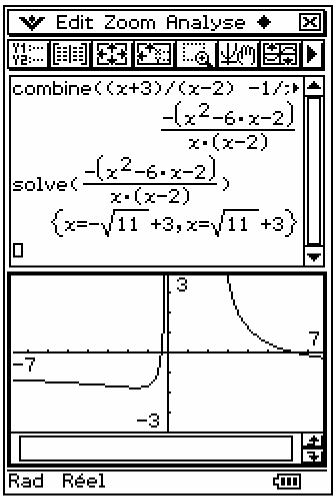
D = Ψ – { 0 ; 1}

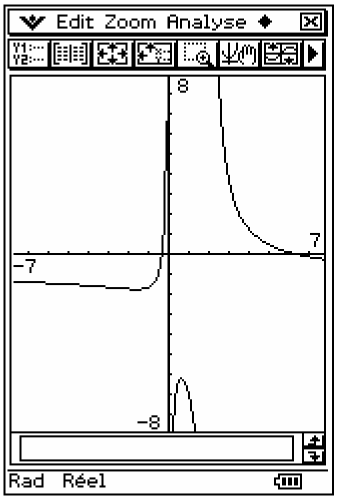
- $\dfrac{2}{x-1} + \dfrac{3}{x} \leq \dfrac{3x^2-1}{x^2-x} \Leftrightarrow \dfrac{2}{x-1} + \dfrac{3}{x} - \dfrac{3x^2-1}{x^2-x} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3x^2+5x-2}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow$

$\dfrac{-3(x-1)(x-\frac{2}{3})}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3(x-\frac{2}{3})}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3x+2}{x} \leq 0$

$$\boxed{\text{La solution est } S =]-\infty\,;0\,[\,\cup\,]\,0\,;\tfrac{2}{3}\,[}$$

d) $\dfrac{x+3}{x-2} - \dfrac{1}{x} \geq 2$



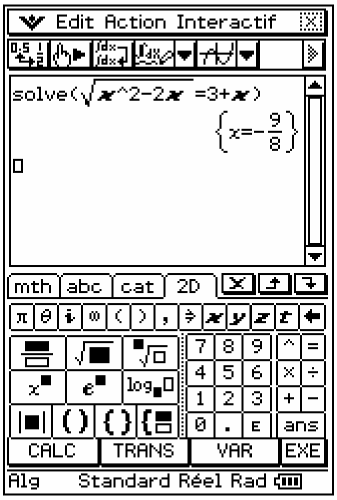


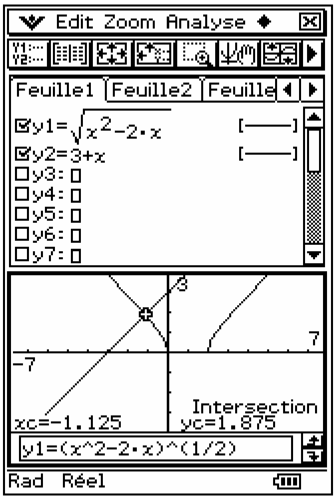
D = Ψ - { 0 ; 2 }

La solution est
S = [$-\sqrt{11}+3$; 0 [∪] 2 ; $\sqrt{11}+3$]

Fonction irrationnelle

Résolvons l'équation $\sqrt{x^2-2x} = 3 + x$





$\sqrt{x^2-2x} = 3 + x \Leftrightarrow x^2 - 2x = (3+x)^2 \Leftrightarrow 8x + 9 = 0$

$\boxed{\text{donc S} = \{ -\frac{9}{8} \}}$