Exemple d'utilisation de la ClassPad
pour déterminer le maximum d'une aire.

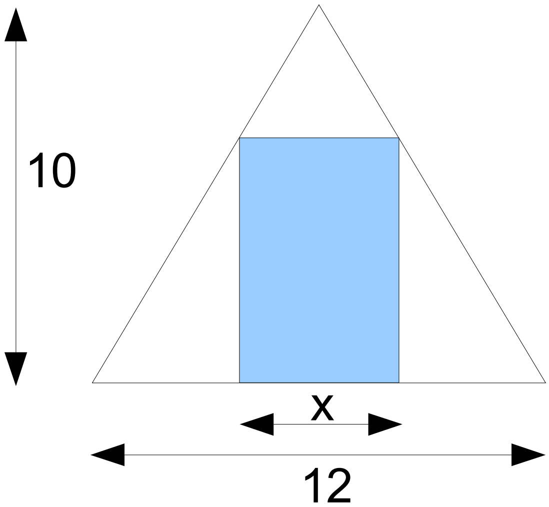
Jean-Louis Lancel
Janvier 2008

Partie 1) du problème 133 page 88 du livre de terminale S de chez Bordas, collection Fractale.

Énoncé :

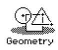
Soit un rectangle inscrit, comme dans la figure ci-contre, dans un triangle isocèle dont la base et la hauteur mesurent respectivement 12 et 10.

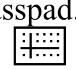
Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle est-elle maximale ?



Partie A : Utilisation de ClassPad pour résoudre le problème.

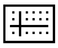
a) Tracé de la figure :

On lance l'application « Géométrie » dans le menu de Classpad. 

Faire apparaître le repère et les graduation avec la touche 

Placer trois points A, B et C de coordonnées A (- 6 ; 0) ; B (0 ; 10) et C (6 ; 0), figure 1.

Puis vérifier les coordonnées des points figure 2.

Puis effacer le repère avec la touche , figure 3.

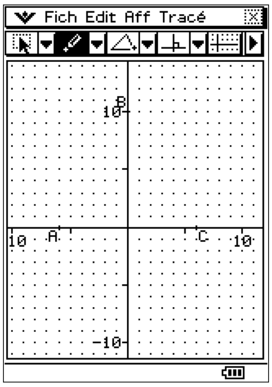


figure 1

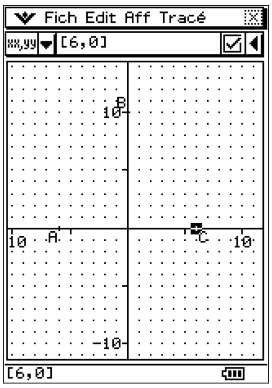


figure 2

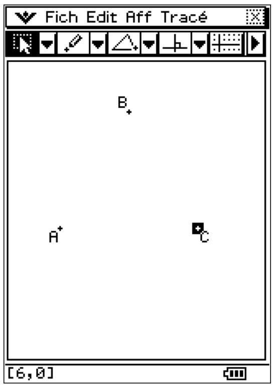
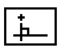


figure 3

Dans le répertoire  sélectionner la touche  puis tracer les segments [AB], [BC] et [CA], figure 4.

Puis dans le répertoire  sélectionner la touche , pour placer un point D sur le segment [AC] (plus près de A que de C), figure 5.

Dans le répertoire  sélectionner la touche  , sélectionner le segment [AC] et le point D, puis avec la touche  tracer la perpendiculaire à [AC] passant par D, figure 6.

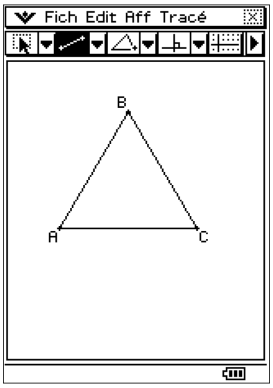


figure 4

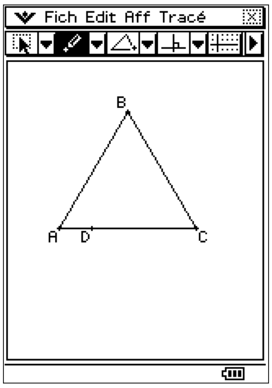


figure 5

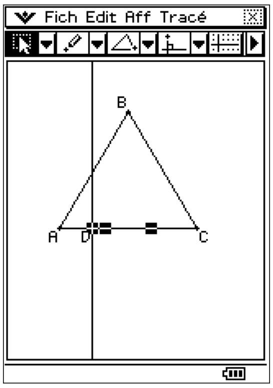


figure 6

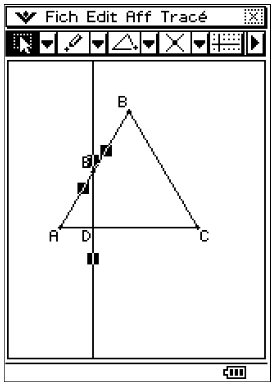


figure 7

Dans le répertoire sélectionner la touche , sélectionner le segment [AB] et la perpendiculaire en D à (AC), puis avec la touche créer le point E intersection du segment et de la perpendiculaire, figure 7.

Dans le répertoire sélectionner la touche , sélectionner la droite (DE) et le point E, puis avec la touche tracer la perpendiculaire à (DE) passant par E, figure 8.
Puis recommencer les étapes pour créer les points F et G, figure 9.
Sélectionner la droite (DE) puis dans Edit, Propriétés, Caché, figure 10.
Faire de même pour les droites (EF) et (FG), figure 11.

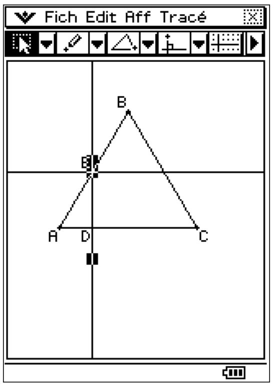


figure 8

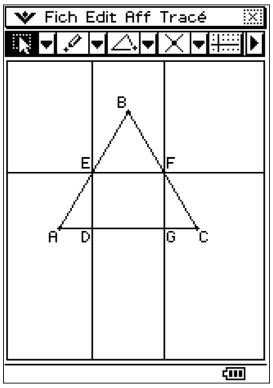


figure 9

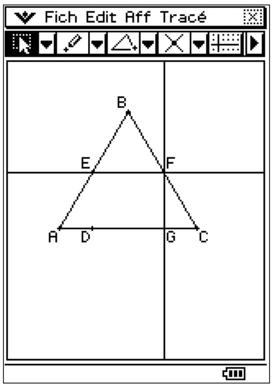


figure 10

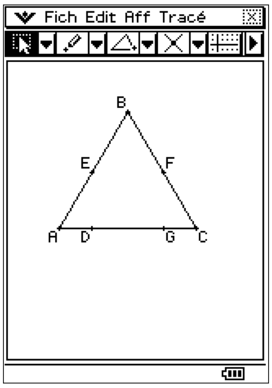


figure 11

Dans le répertoire sélectionner la touche puis tracer les segments [DE], [EF], [FG] et [GD], figure 12.

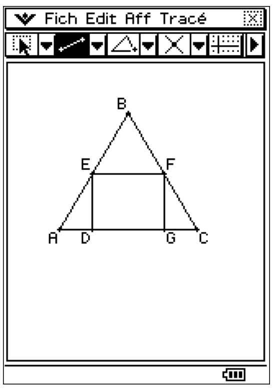


figure 12

Sélectionner le segment [AB] et le point E puis dans Edit, Animer, Ajouter animation, puis dans Edit, Animer, Lancer (une fois) et vous voyez le rectangle dans le triangle changer. Si vous aviez pris le segment [AC] et le point D, cela aurait donné des figures hors du triangle lorsque D se rapproche du sommet C.
Dans Edit, Animer, Editer Animations changer le nombre de pas à 13, ceci afin d'obtenir des valeurs entières pour la mesure DG, figure 13.
Sélectionner le segment [DG], attention pas [AC] (les deux carrés sont au tiers et aux deux tiers de la longueur), figure 14. Puis avec la touche faites afficher la distance DG figure 15. Puis avec la touche faites afficher les distances DG lors de l'animation figure 16.

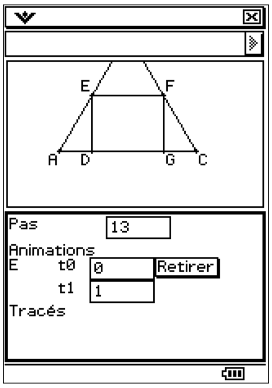


figure 13

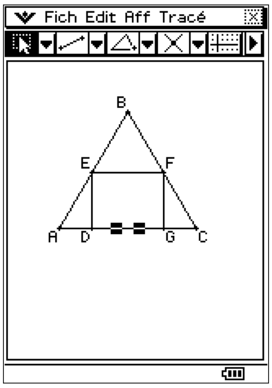


figure 14

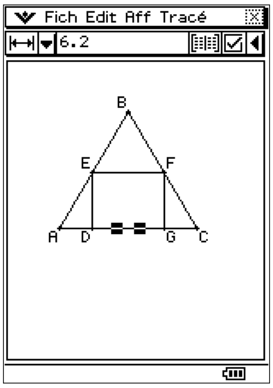


figure 15

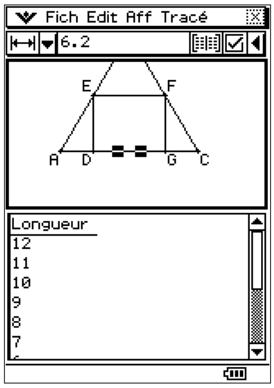


figure 16

Sélectionner les segments [DG], [DE], [EF] et [FG] puis avec la touche faites afficher les aires du rectangle DEFG lors de l'animation, figure 17.
En étudiant les différentes valeurs, on peut conjecturer que l'aire maximale est obtenue pour x compris entre 5 et 7 et très probablement pour x = 6, figure 18.
Sélectionner les longueurs et les aires, puis les copier, figure 19.
Revenir sur le menu général, puis sélectionner tableur, figure 20.

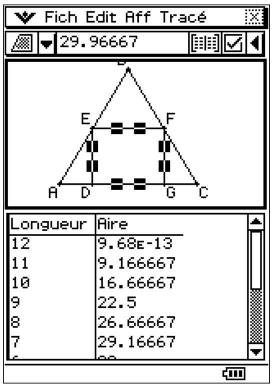


figure 17

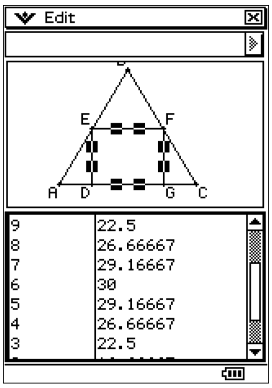


figure 18

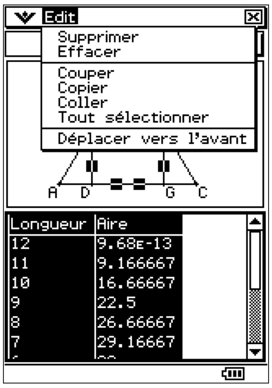


figure 19

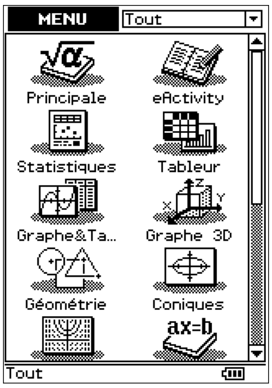


figure 20

Puis coller les valeurs dans le tableau, figure 21.

Dans le répertoire sélectionner la touche , afin de créer un nuage de points, figure 22.

La répartition du nuage de points à l'aspect d'une parabole, dans le répertoire sélectionner la touche , afin de créer la parabole approximation du nuage de points, figure 23.
Sélectionner la courbe (trois points apparaissent) et faites glisser sur une case libre du tableur, l'équation de la courbe $y=-0{,}8333\,x^2+10x+2{,}462\,E-10$ apparaît dans la case, figure 24.
Copier cette formule, puis revenir dans le menu général et sélectionner l'application graphe.

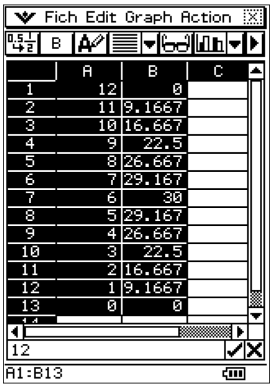


figure 21

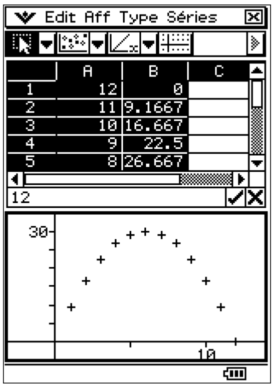


figure 22

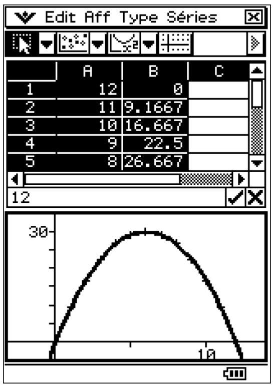


figure 23

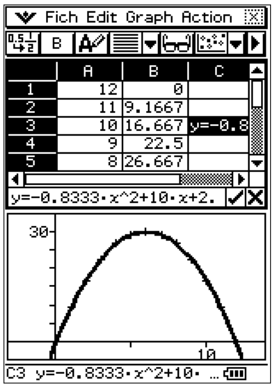


figure 24

Copier la formule, penser à retirer éventuellement y =, figure 25.
Tracer la courbe, Figure 26.
Dans Analyse, Solveur Graphique sélectionner Max, figure 27.
La calculette nous donne une aire maximale de 30,0012 pour un x de 6,0002385. Ceci est très proche de notre conjecture, la différence est liée aux problèmes d'approximation des calculettes.

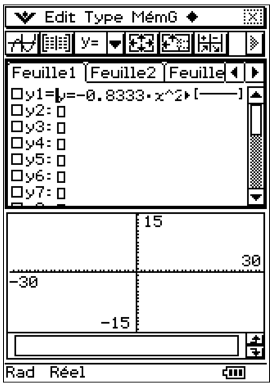


figure 25

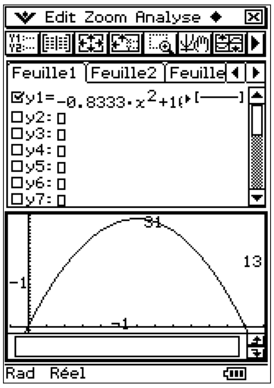


figure 26

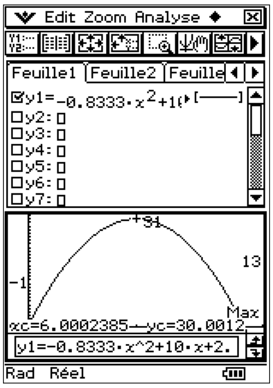


figure 27

Partie B : Résolution mathématique

On a $(DE) \| (BH)$ donc d'après le théorème de Thales : $\dfrac{DE}{BH}=\dfrac{AD}{AH} \Rightarrow DE=BH\dfrac{AD}{AH} \Rightarrow$ $DE=10\dfrac{\frac{12-x}{2}}{6} \Rightarrow DE=10-5\dfrac{x}{6}$. Donc l'aire du rectangle DEFG en fonction de *x*, pour $x\in[0;12]$, est : $A(x)=x\left(10-5\dfrac{x}{6}\right) \Rightarrow A(x)=10x-5\dfrac{x^2}{6}$. Étude de la fonction $A(x)$:
$A'(x)=10-10\dfrac{x}{6}$; $A'(6)=0$ et la fonction dérivée $A'(x)$ est décroissante sur $[0;12]$ donc si $x\in[0;6]$ alors $A'(x)\geqslant 0$ et si $x\in[6;12]$ alors $A'(x)\leqslant 0$. Donc la fonction A possède un maximum sur $[0;12]$ en 6 et $A(6)=30$.

Partie C : Conclusion
La ClassPad nous a permis de trouver une bonne approximation du résultat, ceci grâce en particulier à la possibilité de naviguer entre les différents modules. Le résultat obtenu a une précision suffisante pour la physique, mais en mathématiques il permet seulement de vérifier notre raisonnement (garder toujours à l'esprit les erreurs dues à l'approximation des calculs).