

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 0$$

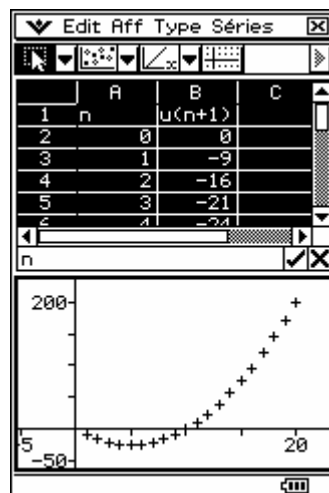
$$\text{et pour tout } n \in \mathbb{Z}, u_{n+1} = u_n + 2(n+1) - 11$$

I. Partie A : Calculatrice

1. En utilisant le Tableur de la ClassPad, calculer les 20 premiers termes de cette suite.

	A	B	C
1	n	u(n+1)	
2	0	0	
3	1	-9	
4	2	-16	
5	3	-21	
6	4	-24	
7	5	-25	
8	6	-24	
9	7	-21	
10	8	-16	
11	9	-9	
12	10	0	
13	11	11	
14	12	24	
15	13	39	

2. Représenter graphiquement les 20 premiers termes de cette suite en utilisant le menu
Edit – Tout sélectionner
Graph – Nuage de points



3. Le nuage de points obtenus a-t-il une particularité ? Si oui, laquelle ?

Le nuage de points obtenus ressemble à une parabole dirigée vers le haut.

4. Quelle conjecture pouvez vous faire sur l'expression générale de u_n ?

$$u_n = an^2 + bn + c \quad n \in \mathbb{Z}$$

5. A l'aide des observations faites précédemment, conjecturez une formule donnant, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel n , u_n en fonction de n .

D'après le tableur, on a :

$$u_0 = 0$$

$$u_{10} = 0$$

donc 0 et 10 sont les racines de $an^2 + bn + c = 0$

On peut donc factoriser u_n

$$u_n = a \times n \times (n - 10)$$

de plus $u_1 = -9$

$$-9 = a \times 1 \times (1 - 10) = -9a$$

d'où $a = 1$

Une formule donnant, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel n , u_n en fonction de n est :

$$u_n = n \times (n - 10) = n^2 - 10n.$$

ou

La parabole passe par le sommet de coordonnées $(5 ; -25)$ et le point $(0 ; 0)$.

$$a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0 \quad \text{soit } c = 0$$

$$-\frac{b}{2a} = 5 \quad \text{soit } b = -10a$$

$$a \times 5^2 + b \times 5 + c = -25 \quad \text{soit } a \times 25 - 10a \times 5 = -25 \quad \text{soit } a = 1$$

donc

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 0 \end{cases}$$

La formule est donc $u_n = n^2 - 10n$.

II. Partie B : démonstration

Démontrer la relation obtenue dans la partie A question 5.

Relation de récurrence.