Soit f une fonction numérique continue sur un intervalle I. Le but est d'encadrer les solutions de l'équation $f(x) = 0$ avec une précision donnée.

méthode par dichotomie:

on part d'une fonction f définie sur $[a; b]$ telle que $f(a)$ et $f(b)$ soient de signe contraire. On se fixe une précision ε. La méthode par dichotomie consiste à calculer $f(\frac{a+b}{2})$ et à restreindre l'intervalle à $[a; \frac{a+b}{2}]$ ou $[\frac{a+b}{2}; b]$ selon le signe de $f(\frac{a+b}{2})$

exemple: soit l'équation: $-2x^3 - 3x^2 + 12x + 1 = 0$

une étude rapide de la fonction montre que cette équation admet 3 solutions. L'une d'elle (notée α) est dans $[-1; 0]$ car $f(-1) = -12 < 0$ et $f(0) = 1 > 0$

on calcule donc $f(\frac{-1+0}{2}) = -\frac{11}{2} < 0$ donc $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$. On teste ensuite: $f(\frac{-\frac{1}{2}+0}{2}) = -\frac{69}{32} < 0$ etc.

on s'arrète lorsqu'on a atteint la précision demandée au départ, c'est à dire quand on a obtenu un encadrement d'amplitude 2ε (une valeur approchée recherchée étant le milieu de cet intervalle)

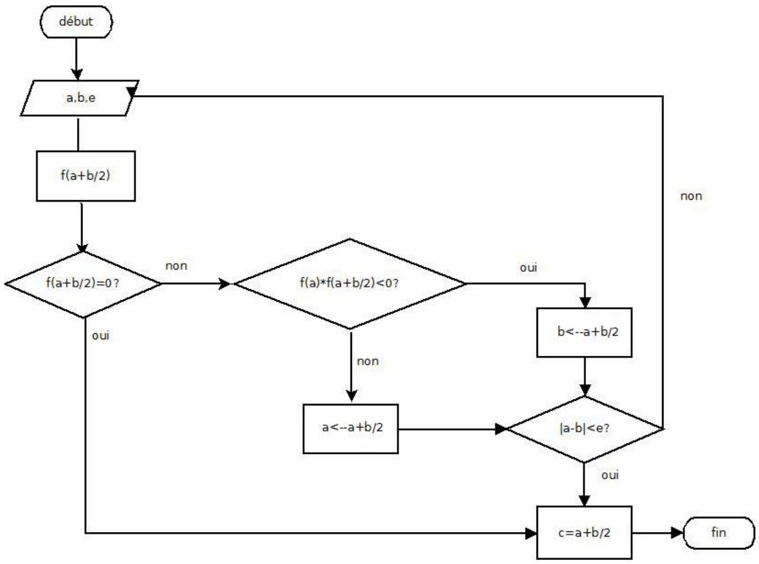
écrire un algorithme à l'aide de la calculatrice (menu programme). Utiliser cet algorithme pour trouver une valeur approchée à 10^{-2} près des solutions des équations (on dressera d'abord le tableau de variations de la fonction et on en déduira le nombre de solutions de l'équation)

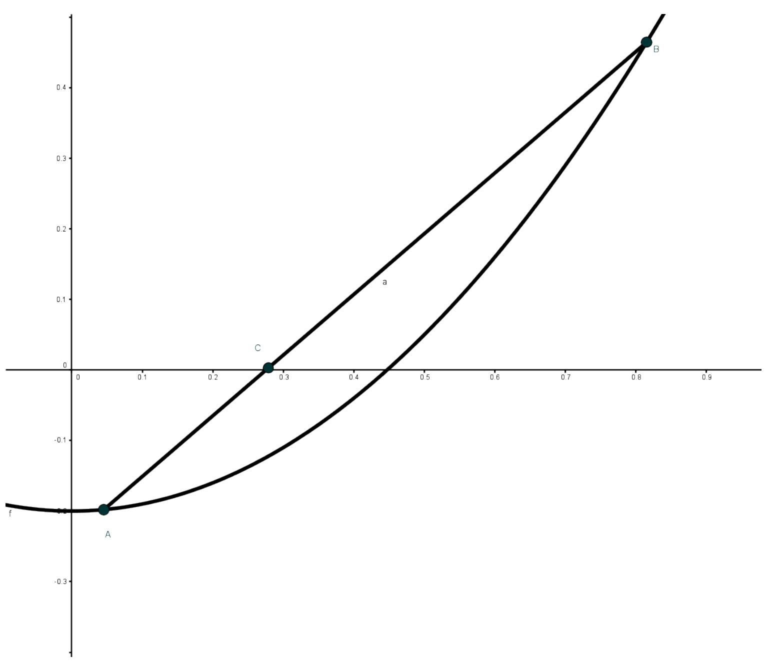
$* \; x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \quad * \; x = \cos x \quad *2x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 6 = 0$

méthode par interpolation linéaire:

alors que dans la méthode par dichotomie on partage systématiquement l'intervalle en deux parties égales, on utilise cette fois ci le point C intersection de (Ox) et de (AB) comme sur le schéma en deuxième page. déterminer l'abscisse c de ce point (en fonction de a et b). Ecrire un algorithme avec cette méthode et reprendre les équations précédentes

bonus: inclure dans les deux algorithmes un compteur pour savoir combien de boucles ont été effectuées et comparer la rapidité des deux méthodes sur les équations proposées


début
a,b,e
f(a+b/2)
f(a+b/2)=0?
non
oui
f(a)*f(a+b/2)<0?
oui
non
b<--a+b/2
a<--a+b/2
|a-b|<e?
non
oui
c=a+b/2
fin


B
a
C
A
f