

# NOMBRES CONSÉCUTIFS

# Algorithmique

# Conjecturer

# Démontrer

Auteur : Ezéchiel Rencker



## ENONCE

On appelle nombres consécutifs des nombres entiers qui se suivent.

1. Donner un exemple de 3 nombres consécutifs.
2. Calculer la somme de ces 3 nombres consécutifs.
  - a. Décomposer cette somme en produit de facteurs premiers.
  - b. Recommencer avec plusieurs séries de 3 nombres consécutifs.
  - c. Quelle conjecture peut-on émettre ?
3. Soit  $n$  un nombre entier.
  - a. Combien faut-il ajouter à  $n$  pour obtenir le premier entier qui suit  $n$  ?
  - b. Combien faut-il ajouter à  $n$  pour obtenir le deuxième entier qui suit  $n$  ?
  - c. En déduire l'expression littérale de 3 entiers consécutifs dont le premier est  $n$ .
4. Démontrer la conjecture émise à la question 2.
5. Dans cette question  $n$  est « l'entier du milieu » dans la liste de 3 nombres consécutifs.
  - a. Exprimer ces 3 nombres en fonction de  $n$ .
  - b. En déduire que la somme de ces 3 nombres est divisible par 3 et par  $n$ .
6. La somme de 4 nombres consécutifs est-elle divisible par 4 ?

1. Exemple de 3 nombres consécutifs :  
30 ; 31 ; 32

2. Je calcule leur somme :  
 $30 + 31 + 32 = 93$

La décomposition en facteurs premiers est :  
 $93 = 3 \times 31$

Série de 3 nombres consécutifs :  
17 ; 18 ; 19

Je calcule leur somme :  
 $17 + 18 + 19 = 54$

La décomposition en facteurs premiers est :  
 $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$

1. A l'aide de l'outil CALC ( $\text{CALC}$ ):

$x$   $+$   $x$   $+$   $1$   
 $+$   $x$   $+$   $2$   $\text{CALC}$

$x+x+1+x+2$   
 $x = 0$

Si on teste avec  $x = 30$ , on obtient :

$x+x+1+x+2$   
 $x = 30$

$x+x+1+x+2$   
93

Pour  $x = 30$ ,  
 $x + x + 1 + x + 2 = 93$ .

A l'aide de l'outil Décomp ( $\text{SECONDE}$   $\text{F}$ ):

$x+x+1+x+2$   
 $3 \times 31$

$93 = 3 \times 31$

A l'aide de l'outil CALC ( $\text{CALC}$ ):

$x+x+1+x+2$   
 $x = 17$

$x+x+1+x+2$   
54

Pour  $x = 17$ ,  
 $x + x + 1 + x + 2 = 54$ .

Série de 3 nombres consécutifs :  
122 ; 123 ; 124

Je calcule leur somme :  
 $122 + 123 + 124 = 369$

La décomposition en facteurs premiers est :  
 $369 = 3 \times 3 \times 41 = 3^2 \times 41$

On peut conjecturer que la somme de 3 nombres consécutifs est divisible par 3 et par l'« entier du milieu ».

3. Le premier entier qui suit  $n$  est  $n + 1$ .  
Le deuxième entier qui suit  $n$  est  $n + 2$ .  
Les 3 nombres consécutifs sont donc :  
 $n ; n + 1 ; n + 2$ .

La somme de 3 nombres consécutifs est :  
 $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$

4.  $3n + 3 = 3(n + 1)$   
Donc la somme de 3 nombres consécutifs est divisible par 3 et par  $n + 1$  ;  $n + 1$  est bien « l'entier du milieu ».

5. Les 3 nombres consécutifs sont :  
 $n - 1 ; n ; n + 1$ .  
La somme de 3 nombres consécutifs est :  
 $n - 1 + n + n + 1 = 3n$   
La somme de 3 nombres consécutifs est donc divisible par 3 et par  $n$ .

A l'aide de l'outil Décomp (SECONDE) (F) :

A calculator screen showing the equation  $x+x+1+x+2$  and the result  $2 \times 3^3$ .

$54 = 2 \times 3^3$

A l'aide de l'outil CALC (CALC) :

A calculator screen showing the equation  $x+x+1+x+2$  and the result  $x = 122$ .

A calculator screen showing the equation  $x+x+1+x+2$  and the result 369.

Pour  $x = 122$ ,  
 $x + x + 1 + x + 2 = 369$ .

A l'aide de l'outil Décomp (SECONDE) (F) :

A calculator screen showing the equation  $x+x+1+x+2$  and the result  $3^2 \times 41$ .

$369 = 3^2 \times 41$

6. La somme de 4 nombres consécutifs :  
 $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6$ .  
 $4n + 6$  n'est pas divisible par 4 donc la  
 somme de 4 nombres consécutifs n'est pas  
 divisible par 4.

6. Cherchons un contre-exemple : 122 ;  
 123 ; 124 ; 125

$$122+123+124+125 = 494$$

494 n'est donc pas un multiple de 4.

Ou, le reste de la division de 494 par 4  
 n'est pas nul donc 494 n'est pas un  
 multiple de 4.

Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur [www.casio-education.fr](http://www.casio-education.fr)