NOMBRES CONSÉCUTIFS

Collège

Algorithmique

Conjecturer



Auteur : Ezéchiel Rencker



ENONCE

On appelle nombres consécutifs des nombres entiers qui se suivent.

- 1. Donner un exemple de 3 nombres consécutifs.
- 2. Calculer la somme de ces 3 nombres consécutifs.
 - a. Décomposer cette somme en produit de facteurs premiers.
 - b. Recommencer avec plusieurs séries de 3 nombres consécutifs.
 - c. Quelle conjecture peut-on émettre?
- 3. Soit *n* un nombre entier.
 - a. Combien faut-il ajouter à n pour obtenir le premier entier qui suit n?
 - b. Combien faut-il ajouter à n pour obtenir le deuxième entier qui suit n?
 - c. En déduire l'expression littérale de 3 entiers consécutifs dont le premier est n.
- 4. Démontrer la conjecture émise à la question 2.
- 5. Dans cette question n est « l'entier du milieu » dans la liste de 3 nombres consécutifs.
 - a. Exprimer ces 3 nombres en fonction de n.
 - b. En déduire que la somme de ces 3 nombres est divisible par 3 et par n.
- 6. La somme de 4 nombres consécutifs est-elle divisible par 4?

www.casio-education.fr 1/1



1. Exemple de 3 nombres consécutifs :

30;31;32

2. Je calcule leur somme :

30 + 31 + 32 = 93

1. A l'aide de l'outil CALC (CALC):

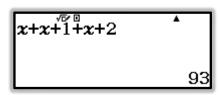
 $x \pm x \pm 1$

+x+2 CALC

x + x + 1 + x + 2 x = 0

Si on teste avec x = 30, on obtient :

x + x + 1 + x + 2 x = 30



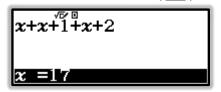
Pour x = 30, x + x + 1 + x + 2 = 93.

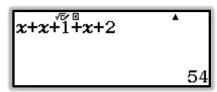
A l'aide de l'outil Décomp (SECONDE F):

x+x+1+x+23×31

 $93 = 3 \times 31$

A l'aide de l'outil CALC (CALC):





Pour x = 17, x + x + 1 + x + 2 = 54.

La décomposition en facteurs premiers est : $93 = 3 \times 31$

Série de 3 nombres consécutifs :

17;18;19

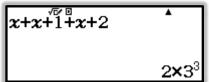
Je calcule leur somme :

17 + 18 + 19 = 54

La décomposition en facteurs premiers est : $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$

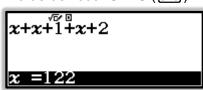


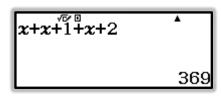
A l'aide de l'outil Décomp (SECONDE F):



 $54 = 2 \times 3^3$

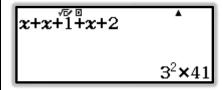
A l'aide de l'outil CALC (CALC):





Pour x = 122, x + x + 1 + x + 2 = 369.

A l'aide de l'outil Décomp (SECONDE F):



 $369 = 3^2 \times 41$

Série de 3 nombres consécutifs :

122;123;124

Je calcule leur somme : 122 + 123 + 124 = 369

La décomposition en facteurs premiers est : $369 = 3 \times 3 \times 41 = 3^2 \times 41$

On peut conjecturer que la somme de 3 nombres consécutifs est divisible par 3 et par l'« entier du milieu ».

3. Le premier entier qui suit n est n+1. Le deuxième entier qui suit n est n+2. Les 3 nombres consécutifs sont donc :

$$n; n + 1; n + 2.$$

La somme de 3 nombres consécutifs est :

$$n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$$

$$4.3n + 3 = 3(n + 1)$$

Donc la somme de 3 nombres consécutifs est divisible par 3 et par n+1; n+1 est bien « l'entier du milieu ».

5. Les 3 nombres consécutifs sont :

$$n-1$$
; n ; $n+1$.

La somme de 3 nombres consécutifs est :

$$n-1 + n + n + 1 = 3n$$

La somme de 3 nombres consécutifs est donc divisible par 3 et par n.



6. La somme de 4 nombres consécutifs : n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6. 4n + 6 n'est pas divisible par 4 donc la somme de 4 nombres consécutifs n'est pas divisible par 4.

6. Cherchons un contre-exemple : 122 ; 123 ; 124 ; 125

122+123+124+125 = 494

494 n'est donc pas un multiple de 4.

Ou, le reste de la division de 494 par 4 n'est pas nul donc 494 n'est pas un multiple de 4.

Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur www.casio-education.fr

www.casio-education.fr 4/4