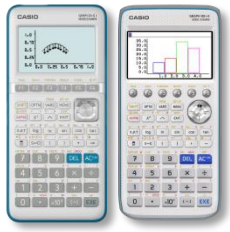
Lycée

Algorithmique / Programmation
Fonctions
Python



APPROXIMATION D'UNE PORTION DE COURBE

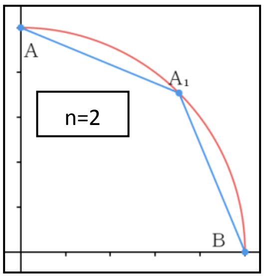
Énoncé :

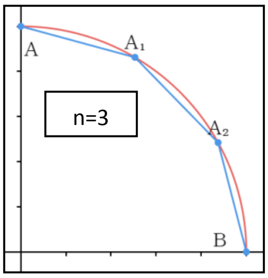
Ecrire, en langage Python, un programme donnant une approximation d'une portion de courbe représentative d'une fonction $\boldsymbol{f}$ sur un intervalle $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$.

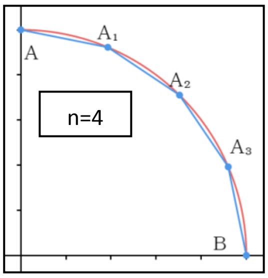
Application sur la courbe représentative de la fonction $f: x \longmapsto \sqrt{1-x^2}$ sur [0;1].

Méthode:

Nous allons créer une subdivision de n intervalles de longueur $\frac{1}{n}$ de l'intervalle [a;b].
Ces intervalles sont les intervalles $[a_i; a_{i+1}]$ avec $a_i = a + \frac{i}{n}$ pour tout i entier inférieur ou égal à $n-1$.
Pour calculer la valeur approchée de notre portion de courbe, nous allons faire la somme des longueurs des n segments $[A_iA_{i+1}]$ où les points A_i sont les points de coordonnées $(a_i; f(a_i))$ pour tout i entier inférieur ou égal à $n-1$. Plus la valeur de n est grande plus l'approximation sera bonne.



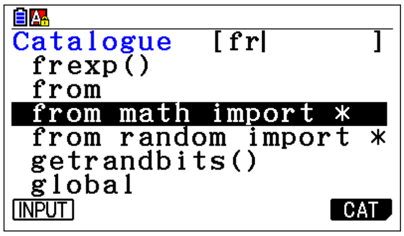




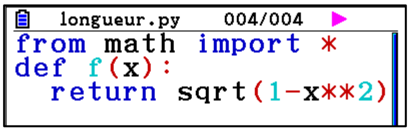
1. **La formule pour calculer la longueur $\boldsymbol{AB}$ étant $\sqrt{(\boldsymbol{x_B}-\boldsymbol{x_A})^2+(\boldsymbol{y_B}-\boldsymbol{y_A})^2}$ déterminer les longueurs $\boldsymbol{A_iA_{i+1}}$.**
2. **Définir la fonction $\boldsymbol{f}$ dans un nouveau script python.**
3. **Créer une fonction python *longueur(a,b,n)* qui renvoie l'approximation de la courbe représentative de $\boldsymbol{f}$ fur l'intervalle $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$ en utilisant la méthode décrite précédemment.**
   L'argument $\boldsymbol{n}$ sera le nombre d'intervalles de la subdivision de [a;b].
   On utilisera les variables suivantes:
   - **S qui stockera la somme des longueurs des segments $\boldsymbol{A_iA_{i+1}}$**
   - **C et D qui prendront successivement les valeurs de** a_i et a_{i+1}

1. Les longueurs A_iA_{i+1} sont respectivement égales à $\sqrt{\left(f(a_{i+1}) - f(a_i)\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}$

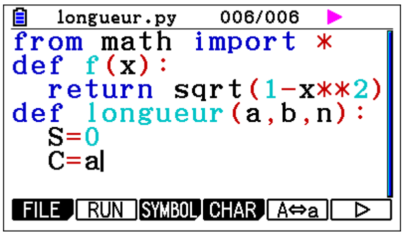
2. Une fois le nouveau programme créé, nous allons devoir charger la bibliothèque "math". Pour cela nous allons chercher la commande from math import dans le CATALOG (SHIFT 4). Cette bibliothèque est indispensable pour pouvoir utiliser la commande sqrt (racine carrée).



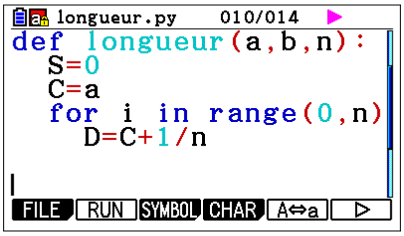
On définit ensuite la fonction f en question, à l'aide des commandes def et return. La commande racine carrée est "sqrt".



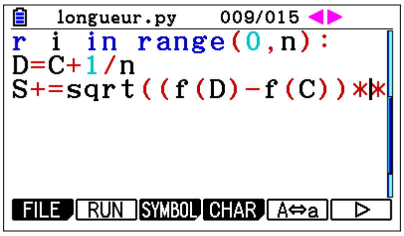
3. Définissons la fonction longueur.
On initialise la variable S sui représente la somme des longueurs à 0.
C prend la valeur a. C sera la variable contenant les valeurs successives a_i



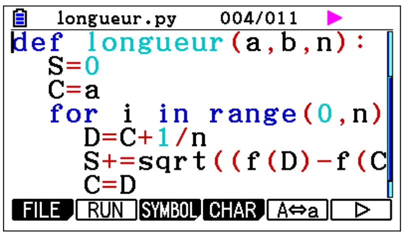
Ensuite nous allons faire une boucle **Pour** pour ajouter les longueurs des segments successifs.
Pour i allant de 0 à $n-1$ on commence par définir la valeur a_{i+1} que représentera la variable D. Comme on a $a_{i+1} = a_i + \frac{1}{n}$ alors D prend la valeur $C + \frac{1}{n}$.



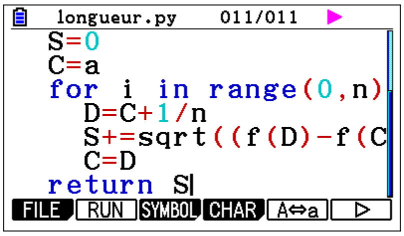
Il faut ensuite ajouter à notre somme la longueur du segment A_iA_{i+1}. Cette longueur vaut, avec les variables C et D la quantité $\sqrt{\left(f(D) - f(C)\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2}$ ce que l'on va ajouter à la valeur précédente de S grâce à la commande "+=":
S+=sqrt((f(D)-f(C))**2+(1/n)**2)



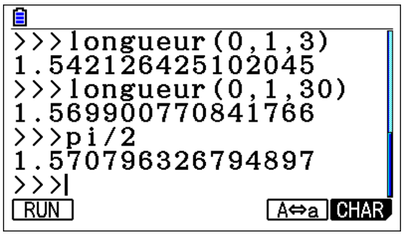
Il nous reste ensuite à donner la valeur de D à la variable C pour décaler le segment



Enfin on affiche la valeur de la somme en reculant d’une indentation pour sortir de la boucle Pour.



On peut tester cet algorithme avec a=0, b=1 et n=3 puis n=30 en allant dans l'onglet **{RUN}** (on enregistre au passage).
On obtient des résultats qui se rapprochent de plus en plus de pi/2.



Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur www.casio-education.fr