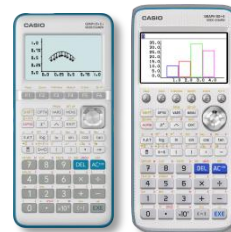


EXERCICE 2, BAC ES, METROPOLE, JUIN 2017

Tableur

Suites



Énoncé :

Au 1^{er} janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois :

- 25 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion ;
- 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

PARTIE A

On modélise le nombre d'adhérents de l'association par la suite (u_n) telle que $u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 12.$$

Le terme u_n donne ainsi une estimation du nombre d'adhérents de l'association au bout de n mois.

1. Déterminer une estimation du nombre d'adhérents au 1^{er} mars 2017.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 48$ pour tout entier naturel n .
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
 - b. Préciser v_0 et exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 852 \times 0,75^n + 48.$$

3. La présidente de l'association déclare qu'elle démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100. Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, faudra-t-il que la présidente démissionne ?

Si oui, au bout de combien de mois ?

PARTIE A

1. Sélectionner le menu **Récurrance / RECUR** (Graph 90+E / Graph 35+E II) puis valider par la touche **EXE**.

La suite est définie par récurrence: sélectionner l'onglet **{TYPE}** en validant la touche **F3**.

Sélectionner l'onglet **{a_{n+1}}** en validant la touche **F2**.

Puis saisir l'expression de la suite, en adaptant les notations (a au lieu de u) :

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 12$$

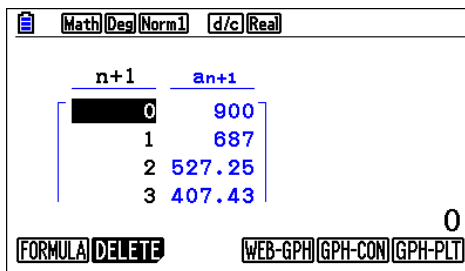
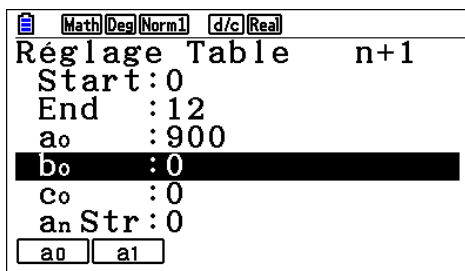
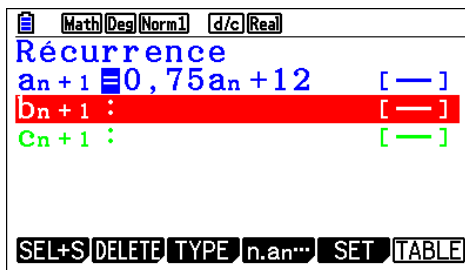
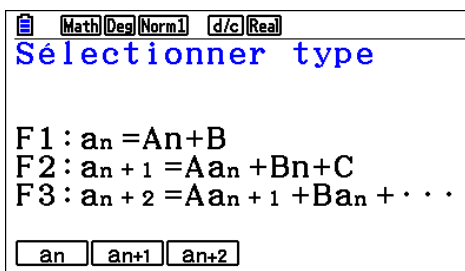
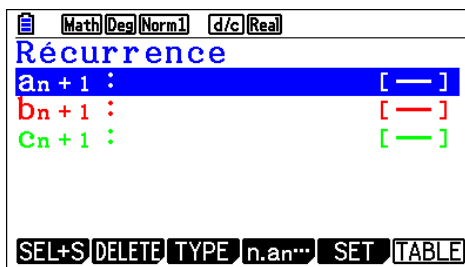
Bien utiliser l'onglet **{a_n}** avec **F2** pour saisir l'expression de la suite. Valider par la touche **EXE**.

Sélectionner l'onglet **{SET}** en validant la touche **F5**. Renseigner l'écran suivant :

Start : indique le premier terme qui sera calculé
 End : indique le dernier terme qui sera calculé
 Le premier terme de la suite est u_0 (s'il s'agissait de u_1 : sélectionner l'onglet **{a₁}** en validant **F2**).

Valider par la touche **EXE** puis sélectionner l'onglet **{TABL}** en validant la touche **F6**.

Le nombre d'adhérents le premier mars 2017 est donc $u_2 = 527$ (arrondi à l'unité).



2. a. Pour tout entier naturel n ,
 $v_n = u_n - 48$ et $u_{n+1} = 0,75u_n + 12$
 Donc $v_{n+1} = u_{n+1} - 48 = 0,75u_n + 12 - 48$
 $= 0,75u_n - 36 = 0,75(u_n - 48) = 0,75v_n$

b. Pour cette question il peut être judicieux d'utiliser le menu **Tableur / SSHT (Graph 90+E / Graph 35+E II)** de la calculatrice.

Valider par la touche **[EXE]** puis préparer la feuille de calcul :

[+/-] Pour écrire une chaîne de caractères dans une cellule commencez par un guillemet, ici « N »

Valider l'onglet **{EDIT}** avec **[F2]** puis valider la touche **[F6]** et l'onglet **{FILL}** avec **[F1]** pour remplir le tableau.

Tout d'abord les valeurs de n . Valider par la touche **[EXE]**.

Puis les valeurs de u .
 Valider par la touche **[EXE]**.

SHE	A	B	C	D
1	N	U	V	
2	0	900		
3				
4				
5				

Remplir
 Formula :=A2+1
 Cell Range: A3:A20

[EXE]

SHE	A	B	C	D
1	N	U	V	
2	0	900		
3	1			
4	2			
5	3			

Remplir
 Formula :=0.75B2+12
 Cell Range: B3:B20

[EXE]

SHE	A	B	C	D
1	N	U	V	
2	0	900		
3	1	687		
4	2	527.25		
5	3	407.43		

=0.75B2+12

Et celles de v .
Valider par la touche **EXE**.

On observe que $v_0 = 852$. En effet $v_0 = u_0 - 48$

(v_n) est une suite géométrique de raison 0,75 donc :
 $v_n = v_0 \times 0,75^n = 852 \times 0,75^n$

c. Pour tout entier naturel n ,

$$u_n = v_n + 48 = 852 \times 0,75^n + 48$$

3. Pour savoir quand le nombre d'adhérents sera inférieur à 100 il suffit d'examiner les valeurs de la colonne B : la présidente démissionnera au bout de 10 mois.

En effet $u_n \leq 100 \Leftrightarrow 852 \times 0,75^n + 48 \leq 100$

$$\Leftrightarrow 0,75^n \leq \frac{52}{852} \Leftrightarrow \ln(0,75^n) \leq \ln\left(\frac{52}{852}\right)$$

(\ln est une fonction strictement croissante)

$$\Leftrightarrow n \times \ln(0,75) \leq \ln\left(\frac{52}{852}\right)$$

$$\Leftrightarrow n \leq \ln\left(\frac{52}{852}\right) / \ln(0,75) \approx 9,72$$

SHE	A	B	C	D
11	9	111.97	63.972	
12	10	95.979	47.979	
13	11	83.984	35.984	
14	12	74.988	26.988	
15	13	68.241	20.241	

=0.75B11+12

FILL SORTASC SORTDES