

Exercice utilisant le TABLEUR pour conjecturer

Tableur

Calcul littéral

Auteur : Ezéchiel Rencker



ENONCE

Compétences travaillées : Chercher, Modéliser, Calculer, Reasonner.

Pour la nouvelle année, Yann souhaite mettre en place une épargne régulière. Pour les 10 prochains mois, son banquier lui propose d'épargner :

- un certain montant le premier mois
- le deuxième mois, un montant éventuellement égal à celui du mois précédent
- puis les mois suivants, un montant égal à la somme des montants des deux mois précédents.

PARTIE A

1. Choisir deux valeurs entières correspondant aux montants épargnés en euros les deux premiers mois.
A l'aide d'un tableur, calculer la somme totale épargnée au bout des 10 mois.
2. Vérifier sur plusieurs exemples que la somme totale est un multiple du montant épargné le 7^{ème} mois.
Conjecturer une relation entre ces deux nombres.

PARTIE B

Démontrer la conjecture émise à la question 2.

Indication : a pourra être appelé le montant épargné par Yann le premier mois et b le montant épargné le deuxième mois. Nous pourrons ensuite exprimer le montant épargné chaque mois en fonction de a et de b .

PARTIE A

Nous utiliserons le menu **Tableur** pour résoudre ce problème.

1. Le tableau aura une colonne :

Colonne A → simulation n°1 des montants épargnés.

Faisons l'hypothèse que Yann épargne 150 € le premier mois et 250 € le deuxième mois.

Complétons alors le tableau avec les montants de départ.

Chaque mois suivant, Yann épargne un montant égal à la somme des montants des deux mois précédents.

Nous pouvons donc saisir une formule dans le tableur pour obtenir le montant épargné chaque mois.

Pour ce faire, appuyer sur **OPTN** et sélectionner la commande *Remplir formule* en appuyant sur la touche **F1**. Il suffit ensuite d'entrer la formule $A1+A2$ et la plage $A3:A10$:

Les cellules A1 jusqu'à A10 décrivent le montant épargné chaque mois.

2. Calculons la somme totale épargnée par Yann durant ces 10 mois dans la cellule A11.

Pour cela, se positionner sur la cellule A11, et entrer la formule souhaitée. Appuyer sur **OPTN**, puis sélectionner la commande *Somme*.

Nous pouvons afficher le résultat du calcul $A11 \div A7$ dans la cellule A12.

Se positionner dans la cellule A12 et entrer la formule.

Nous observons que la somme totale épargnée par Yann est égale au montant épargné le 7^{ème} mois multiplié par 11.



	A	B	C	D
1	150			
2	250			
3				
4				

1:Remplir formule
2:Remplir valeur
3:Modifier cell
4:Espace libre

Remplir formule
Formul=A1+A2
Plage :A3:A10

	A	B	C	D
1	150			
2	250			
3	400			
4	650			

=A1+A2

	A	B	C	D
5	1050			
6	1700			
7	2750			
8	4450			

=A6+A7

	A	B	C	D
9	7200			
10	11650			
11	30250			
12				

=Sum(A1:A10)

	A	B	C	D
9	7200			
10	11650			
11	30250			
12	11			

=A11÷A7

Réitérons le procédé avec d'autres montants de départ :

Colonne B → simulation n°2 des montants épargnés (1^{er} mois : 10€, 2^{ème} mois : 12€)

Colonne C → simulation n°3 des montants épargnés (1^{er} mois : 3€, 2^{ème} mois : 4€)

Colonne D → simulation n°4 des montants épargnés (1^{er} mois : 1€, 2^{ème} mois : 1€)

	A	B	C	D
1	150	10	3	1
2	250	12	4	1
3	400	22	7	2
4	650	34	11	3
				=D1+D2

	A	B	C	D
5	1050	56	18	5
6	1700	90	29	8
7	2750	146	47	13
8	4450	236	76	21
				=D6+D7

	A	B	C	D
8	4450	236	76	21
9	7200	382	123	34
10	11650	618	199	55
11				

	A	B	C	D
9	7200	382	123	34
10	11650	618	199	55
11	30250	1606	517	143
12	11	11	11	11
				=D11÷D7



Il est possible de Copier / Coller les formules : appuyer sur **[OPTN]**, se positionner sur le deuxième écran avec **[▼]** et sélectionner *Copier / Coller*. Pour sortir de ce mode, appuyer sur **[AC]**.

Il est aussi possible de changer les valeurs de A1 et A2 : le reste de la colonne est recalculé automatiquement.

En observant les simulations n°2, 3 et 4, il est possible de conjecturer que la somme totale épargnée par Yann est égale au montant épargné le 7^{ème} mois multiplié par 11.



Dans la colonne D, nous retrouvons les 10 premiers termes de la fameuse suite de Fibonacci !

PARTIE B

- 1^{er} mois : a
 2^{ème} mois : b
 3^{ème} mois : $a + b$
 4^{ème} mois : $a + b + b = a + 2b$
 5^{ème} mois : $a + 2b + a + b = 2a + 3b$
 6^{ème} mois : $2a + 3b + a + 2b = 3a + 5b$
 7^{ème} mois : $3a + 5b + 2a + 3b = 5a + 8b$
 8^{ème} mois : $5a + 8b + 3a + 5b = 8a + 13b$
 9^{ème} mois : $8a + 13b + 5a + 8b = 13a + 21b$
 10^{ème} mois : $13a + 21b + 8a + 13b = 21a + 34b$

Montant épargné au bout de 10 mois :

$$a + b + a + b + a + 2b + 2a + 3b + 3a + 5b + 5a + 8b + 8a + 13b + 13a + 21b + 21a + 34b = 55a + 88b$$

Montant épargné le 7^{ème} mois : $5a + 8b$

$$11 \times (5a + 8b) = 55a + 88b$$

Il a été démontré que la somme totale épargnée par Yann est égale au montant épargné le 7^{ème} mois multiplié par 11.

CASIO EDU+ : Vous pouvez générer le QR Code correspondant à ces données avec les touches **SECONDE** **OPTN**.

L'application CASIO EDU+ vous donne alors accès au tableau complet que vous pouvez enregistrer sur votre ordinateur en format CSV!



	A	B	C	D	E
1	150	10	3	1	
2	250	12	4	2	
3	400	22	7	3	
4	650	34	11	5	
5	1050	56	18	8	
6	1700	90	29	13	
7	2750	146	47	21	
8	4450	236	76	34	
9	7200	382	123	55	
10	11650	618	199	89	

Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur www.casio-education.fr