TABLEUR :

VOLUME D'UN TONNEAU

Collège

Tableur

Calcul littéral

Auteur : Ezéchiel Rencker

EXERCICE

ENONCE

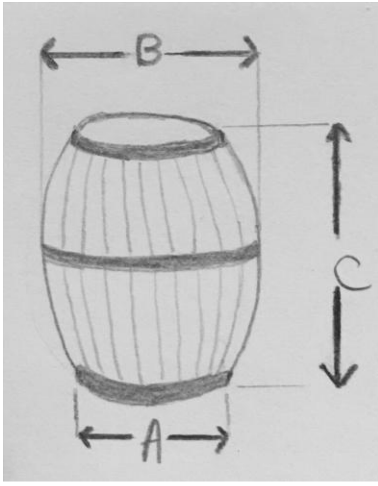
Compétences mathématiques : chercher, calculer

Un tonneau a 3 dimensions :

Diamètre de la base, noté A.

Diamètre maximal, noté B.

Hauteur, notée C.



Pour calculer le volume d'un tonneau en m^3,

Il existe plusieurs formules

- Formule n°1 : $\frac{\pi C}{36}(2B + A)^2$
- Formule n°2 : $\pi C(\frac{5B+3A}{16})^2$
- Formule n°3 : $\frac{\pi C}{12}(2B^2 + A^2)$

1. A l'aide de chaque formule, calculer le volume en m^3 d'un tonneau de dimensions :
   A = 0,52m ; B = 0,75m et C = 1,05m.
   On arrondira le résultat au millième.

2. Finalement, le viticulteur décide d'utiliser la formule n°3.
   Il souhaite commander un tonneau de 1000 L et de hauteur 1m.

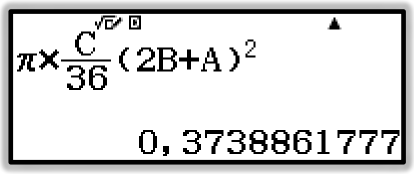
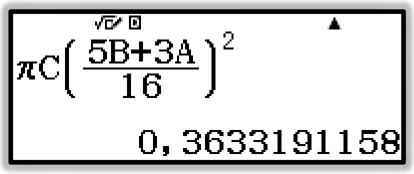
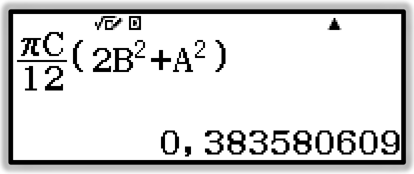
   Pour des raisons de stabilité, A doit être supérieur à 50cm. De plus, la différence entre les 2 diamètres ne doit pas dépasser 20cm.

Donner des dimensions possibles (arrondies au cm) pour ce tonneau ?

1. Il s'agit d'appliquer des formules avec trois variables.

L'élève doit remplacer A, B et C par les valeurs données dans l'énoncé. La complexité de chacune des formules est une difficulté, les priorités des opérations en sera une autre.

Après des essais au brouillon, l'élève pourra facilement vérifier ces résultats à l'aide de l'outil CALC pour évaluer le résultat des formules 1, 2 et 3 en substituant les variables A, B et C par les données de l'énoncé.

	Formules	Résultats
N°1	$\frac{\pi C}{36}(2B+A)^2$	Avec A = 0,52m ; B = 0,75m et C = 1,05m 
N°2	$\pi C(\frac{5B+3A}{16})^2$	Avec A = 0,52m ; B = 0,75m et C = 1,05m 
N°3	$\frac{\pi C}{12}(2B^2+A^2)$	Avec A = 0,52m ; B = 0,75m et C = 1,05m 

Un tonneau dont les dimensions sont: diamètre de la base égal à 0,52m, diamètre maximal égal à 0,75m et hauteur égale à 1,05m aura un volume compris entre 0,363 et 0,384 m^3 si l'on se réfère aux 3 formules de calculs données.

2. On sait que $C = 1m$ et que le volume est égal à 1000 L soit 1 m^3
A l'aide de la formule n°3, on obtient :

$$\frac{\pi \times 1}{12} \times (2B^2 + A^2) = 1$$

Donc $2B^2 + A^2 = 1 \times 12 \div \pi$
$2B^2 + A^2 \approx$ 3,8197

Il s'agit d'une équation à deux inconnues qu'on ne peut pas résoudre.

L'élève pourra, dans un premier temps, procéder par essais / erreurs pour trouver des solutions.

Ici également l'outil CALC lui permettra d'optimiser ses essais.

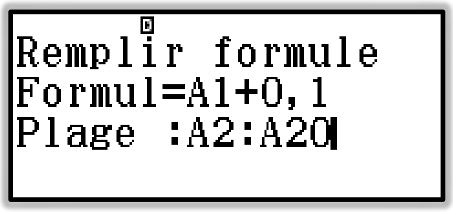
On sait que le volume du tonneau dont on cherche à préciser les dimensions est égal à 1000 L soit 1 m^3. Soit un tonneau de capacité environ 3 fois plus importante que le tonneau présenté dans la question 1. On pourrait donc estimer les dimensions du tonneau recherché à l'aide du Menu Tableur de la calculatrice et prendre des valeurs de A > 0,50m.

Commençons par tester par exemple avec A = 0,9m

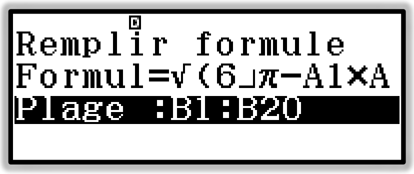
D'après cette égalité $2B^2 + A^2 = 12 \div \pi$, on déduit que : $B = \sqrt{\frac{6}{\pi} - \frac{A^2}{2}}$

(Cette égalité étant difficile à obtenir pour un élève de collège, l'enseignant peut choisir de la donner. C'est également une occasion de différentiation dans la classe).

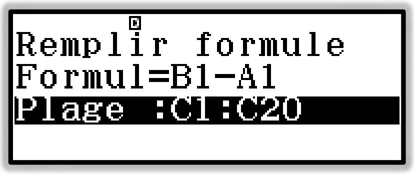
D'où :



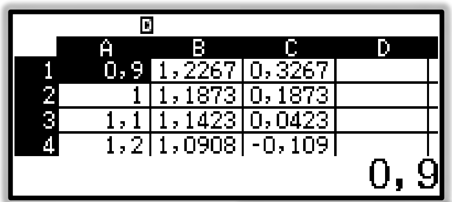
On complète la première colonne avec différentes valeurs de A possibles, pour A ≥ 0,9



On complète la deuxième colonne avec les valeurs correspondantes pour B en respectant l'égalité $B = \sqrt{\frac{6}{\pi} - \frac{A^2}{2}}$

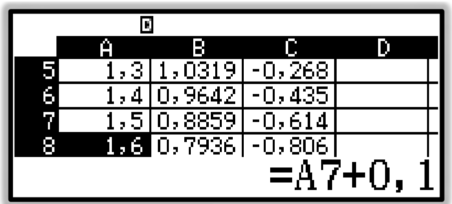


On teste la différence entre A et B pour respecter l'énoncé qui demande d'obtenir un tonneau dont la différence de diamètre n'est pas supérieure à 20cm c'est-à-dire 0,20m.



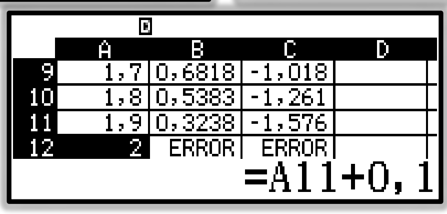
	A	B	C	D
1	0,9	1,2267	0,3267	
2	1	1,1873	0,1873	
3	1,1	1,1423	0,0423	
4	1,2	1,0908	-0,109	

0,9



	A	B	C	D
5	1,3	1,0319	-0,268	
6	1,4	0,9642	-0,435	
7	1,5	0,8859	-0,614	
8	1,6	0,7936	-0,806	

=A7+0,1

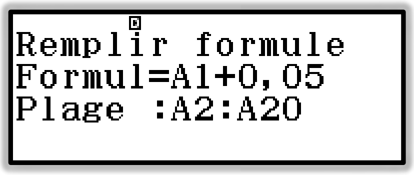


	A	B	C	D
9	1,7	0,6818	-1,018	
10	1,8	0,5383	-1,261	
11	1,9	0,3238	-1,576	
12	2	ERROR	ERROR	

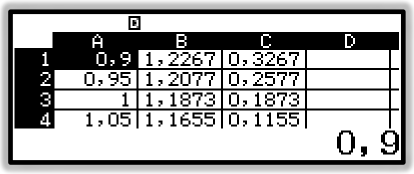
=A11+0,1

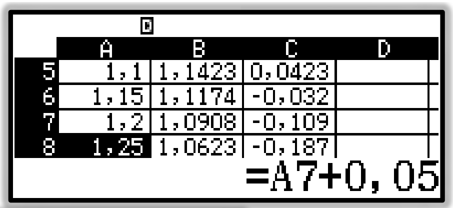
Par lecture des résultats donnés par le tableur on s'aperçoit qu'il faut choisir un nombre A compris strictement entre 0,9m et 1,3m.

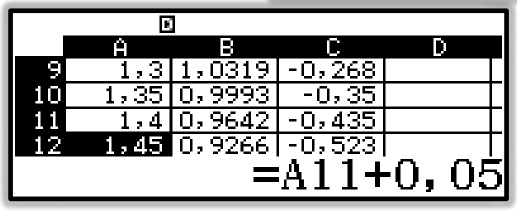
Reprenons le tableur et modifions la formule saisie dans la cellule A2 pour afficher des valeurs de A dans l'intervalle [0,9 ;1,3]



On affine ainsi notre recherche.



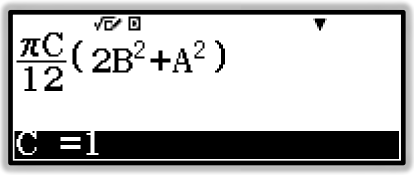


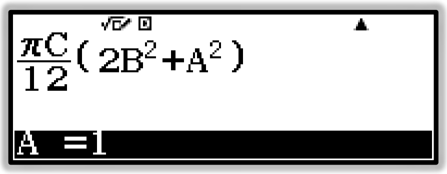


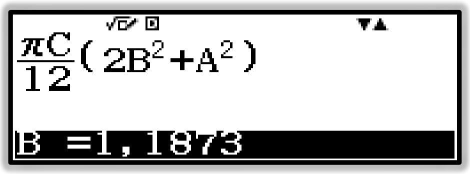
Nous obtenons plusieurs solutions dès lors que A > 0,95m et A < 1,3m.

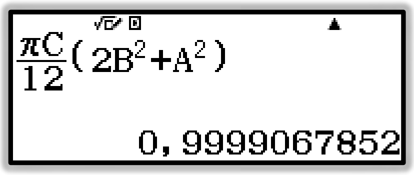
Par exemple, lorsque A = 1m et B = 1,1873m, la contrainte de la différence des diamètres de 20cm est respectée et on obtient bien un tonneau de volume 1 m^3 comme souhaité.

Vérifions avec l'outil CALC de la calculatrice :









Le volume de ce tonneau calculé avec la formule n°3 est bien de 1 m^3 comme souhaité ☺

Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur www.casio-education.fr