

AIRE D'UNE SURFACE DELIMITEE PAR DEUX COURBES

Fonction
Courbe



Énoncé :

Calculer l'aire de la surface délimitée par la courbe d'équation

$$4y^2 - x(4 - x^2) = 0$$

Cette courbe n'est pas la représentation graphique d'une fonction.

Pour pouvoir répondre au problème posé nous allons donc étudier conjointement les deux fonctions f_1 et f_2 définies sur $[-2; 2]$ par :

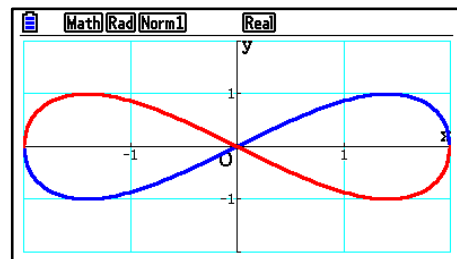
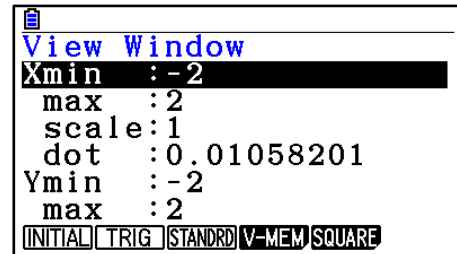
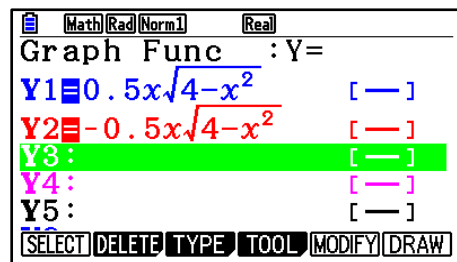
$$\begin{cases} f_1(x) = 0,5x\sqrt{4 - x^2} \\ f_2(x) = -0,5x\sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

1. Représentations graphiques de $f_1(x)$ et de $f_2(x)$

Dans le menu Graphe / GRAPH (Graph 90+E / Graph 35+E II), saisir les deux fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$.

Choisir la fenêtre graphique avec **V-Windows** (**SHIFT** **F3**).

Traçer les courbes en appuyant sur la touché **F6** **{DRAW}**.



2. Calcul d'aire

Appuyer successivement sur les touches **[SHIFT]** **[F5]** afin de sélectionner **G-Solv** puis presser **[F6]**.

Choisir $\int dx$ et **{INTSECT}** en appuyant 2 fois sur la touche **[F3]**.

Entrer la valeur inférieure de X ($X = -2$).

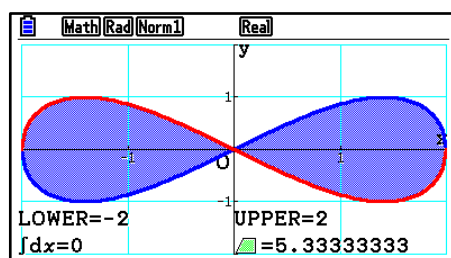
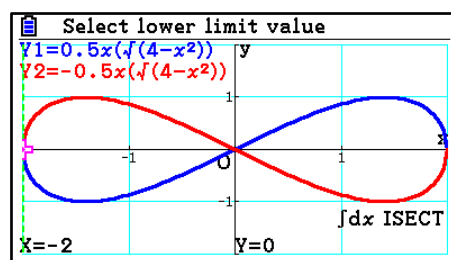
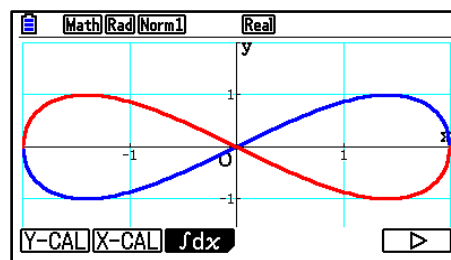
Valider en pressant **[EXE]**.

Puis à l'aide du pavé directionnel, se positionner avec la croix rose **+** successivement en $X = 0$, puis en $X = 2$ et **[EXE]**.

Valider de nouveau en pressant **[EXE]**.

Et voici l'aire (en unité d'aire) de la surface délimitée par la courbe d'équation :

$$4y^2 - x^2(4 - x^2) = 0$$



3. Calcul intégral

Moins visuel mais plus rapide si l'on a déjà étudié la fonction...

Dans le menu Exe-Mat / RUN-MAT (Graph 90+E / Graph 35+E II), appuyer sur la touche **[F4]** **{MATH}**, puis sur **[F6]** et **[F1]** **{∫ dx}**.

Calculer ensuite l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe représentative de f_1 , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Avec les symétries de la figure, en multipliant le résultat par 4, nous obtenons l'aire (en unité d'aire) de la surface délimitée par la courbe d'équation :

$$4y^2 - x^2(4 - x^2) = 0$$

