

Jeu du « Franc-Carreau »

Simuler
Conjecturer
CASIO Edu+

Auteur : Ezéchiél Rencker



Objectif : approcher une probabilité non connue en effectuant un grand nombre d'expériences (loi des grands nombres).

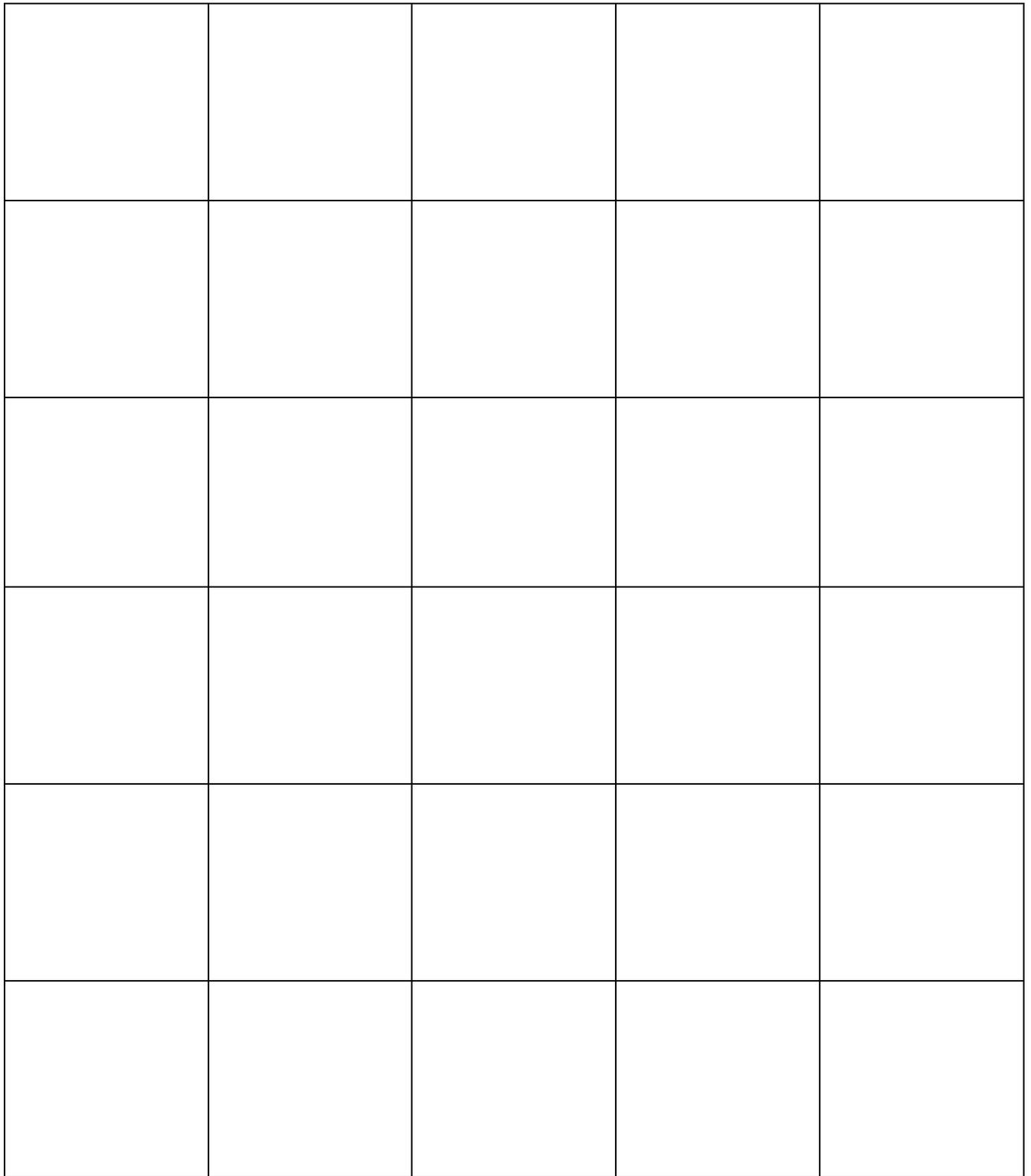
ENONCE

Principe du jeu de « Franc-Carreau » : on lance un palet rond sur un sol quadrillé, on fait « Franc-Carreau » si le palet retombe à l'intérieur d'un carreau.

Description du jeu de « Franc-Carreau » : prendre une pièce de 1 cent et la lancer en l'air pour qu'elle retombe sur le sol quadrillé. On gagne lorsque la pièce tombe sur une seule case sans empiéter sur une autre, on fait alors « Franc-Carreau » ; sinon, on perd.

1. A-t-on plus de « chance » de gagner que de perdre ? A-t-on moins de « chance » de gagner que de perdre ? A-t-on autant de « chance » de gagner que de perdre ?
2. Expérimentation :
 - a. Répéter 10 fois ce jeu ; noter le nombre de fois où l'on fait « Franc-Carreau ».
 - b. Partager les résultats de l'ensemble du groupe ; quelle est la fréquence de « Franc-Carreau » dans le groupe ?
Que peut-on déduire de cette expérimentation quant aux « chances de gagner » à ce jeu ?
 - c. Conjecturer.
3. Démonstration :
 - a. A l'intérieur d'un carré de surface S_1 , schématiser la zone où le centre de la pièce de 1 cent peut tomber pour faire « Franc-Carreau ». Estimer cette surface S_2 .
 - b. La probabilité de faire « Franc-Carreau » est égale au rapport « surface favorable sur surface possible », donc au rapport de la surface S_2 « Franc-Carreau » par la surface S_1 d'un des carrés. Calculer cette probabilité.
 - c. Comparer ce résultat à la conjecture émise précédemment. Répondre, avec certitude cette fois, à la question 1. Puis conclure.

Prolongement possible : expérimenter ce jeu avec des pièces de tailles différentes ou des pièces identiques sur des carreaux de tailles variables.



Annexe 1 : sol quadrillé, carreaux carrés de côtés 3,2 cm

1. Scénario de l'atelier autour du jeu « Franc-Carreau »

I. Conjecturer

On privilégiera un travail en groupe pour ce TP ; dans un premier temps, avant de manipuler, les élèves reformulent l'énoncé, expliquent la situation. On s'attend à entendre les premières conjectures du type :

« À carreaux fixés, plus la taille de la pièce est grande, plus on risque de perdre », « À pièce donnée, plus la taille des carreaux est grande, plus on a de chances de gagner », « C'est mieux encore avec une plus petite pièce sur des plus grands carreaux », « Gagner, cela dépend donc de la taille de la pièce par rapport à la taille des carreaux ! »

II. Expérimenter

Ensuite on demandera à chacun d'expérimenter le jeu puis de confronter leurs résultats avec ceux des autres élèves :

- Lancer 10 fois la pièce sur le quadrillage. Noter le nombre de fois où la pièce fait « Franc-Carreau ».
- Calculer la fréquence des « Francs-Carreaux » obtenus.
- Comparer cette fréquence à celles obtenues par les autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?

III. Simuler - CASIO EDU+



L'expérimentation faite avec un très grand nombre de lancers permettra de s'approcher du résultat théorique, la probabilité recherchée.

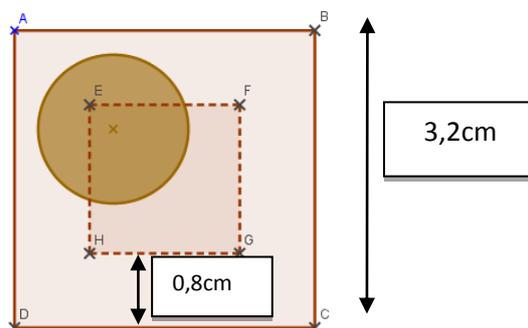
- Compléter le tableau suivant, où l'on note, élève après élève, le nombre de lancers et le nombre de « Francs-Carreaux » :

Numéro de l'élève	1	2	3	4	5	6	7	8	...	TOTAL
Nombre de lancers	10	10	10	10	10	10	10	10		
Nombre de « Francs-Carreaux »										
Fréquence des « Francs-Carreaux » en écriture décimale										

- Quelles remarques peut-on faire à partir des résultats regroupés dans ce tableau ?
- Quel est, au vu de cette simulation, le pourcentage de chance de gagner au jeu du « Franc-Carreau » ?

IV. Démontrer

Comme pour toute conjecture, il faut maintenant démontrer ce résultat obtenu de façon expérimentale.



Le centre de la pièce est toujours à l'intérieur d'un carré de côté 3,2cm (sinon, on ne compte pas le lancer et on relance la pièce). Un lancer est « Franc-Carreau » si le centre de la pièce est à l'intérieur d'un carré dont les bords sont à 0,8cm (rayon de la pièce de 1 cent) des côtés du carré ABCD.

- Calculer l'aire des deux carrés.
- Pour gagner, il faut que le centre de la pièce soit dans le carré EFGH. On admettra que la probabilité de réaliser « Franc-Carreau » est égale au quotient de l'aire du carré EFGH par l'aire du carré ABCD ; écrire cette probabilité sous forme fractionnaire, puis en donner une valeur décimale.
- Comparer ce résultat avec la conjecture de la partie II.

V. Conclusion

« La probabilité d'un événement peut s'obtenir approximativement en réalisant un grand nombre de fois une expérience et en calculant la fréquence des réalisations de cet événement ».

On peut donc affirmer qu'au jeu du « Franc-Carreau », la probabilité de gagner est d'environ

....

1. Chaque élève peut donner son avis, son « à priori »...

2. On rappelle que la fréquence de « Franc-Carreau » s'obtient en calculant le quotient du nombre de réussites par le nombre total de lancers.

Après expérimentation et mise en commun, les élèves peuvent conjecturer qu'il y a plus de chances de perdre que de gagner.

On peut utiliser cette situation pour introduire le vocabulaire lié aux probabilités : « la probabilité de perdre au jeu du « Franc-Carreau » semble plus grande que la probabilité de gagner ».

3. Démonstration :

Aire de ABCD :

$$3,2cm \times 3,2cm = 10,24cm^2$$

Aire de EFGH :

$$(3,2 - 2 \times 0,8)cm \times (3,2 - 2 \times 0,8)cm = 2,56cm^2$$

Probabilité de « Franc-Carreux » :

$$P = \frac{\text{Aire de EFGH}}{\text{Aire de ABCD}} = \frac{2,56cm^2}{10,24cm^2} = \frac{1}{4}$$

La probabilité de gagner à ce jeu du « Franc-Carreau » est égale à $\frac{1}{4}$

2. a) Chaque élève expérimente le jeu du "Franc-Carreau" et saisit, à l'aide de sa calculatrice *fx-92+ Spéciale Collège*, ses réussites et échecs à l'aide de 1 et de 0 sous la forme d'une série statistique.

A l'aide du Menu Statistiques et de l'outil CASIO EDU+ :

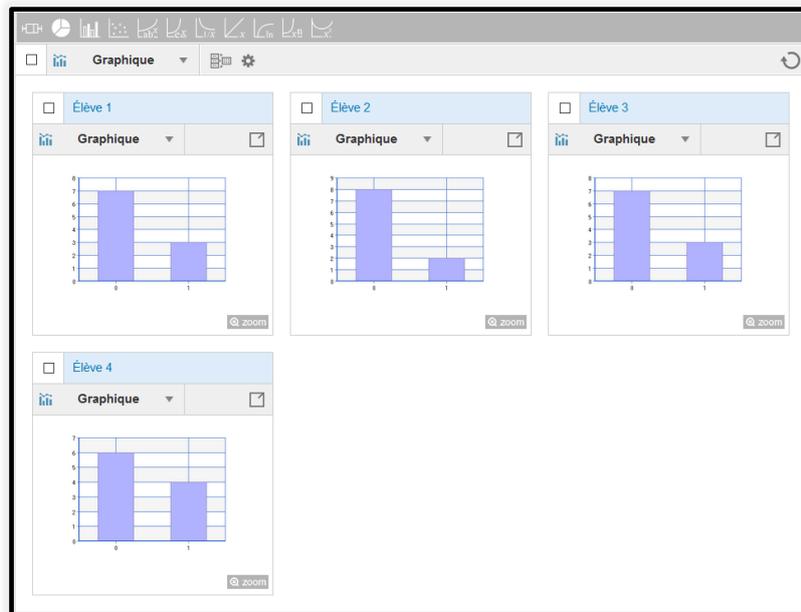
	×	0	EFFC	
1		1		1
2		0		1
3		0		1
4		0		1

	×	0	EFFC	
5		0		1
6		1		1
7		0		1
8		0		1

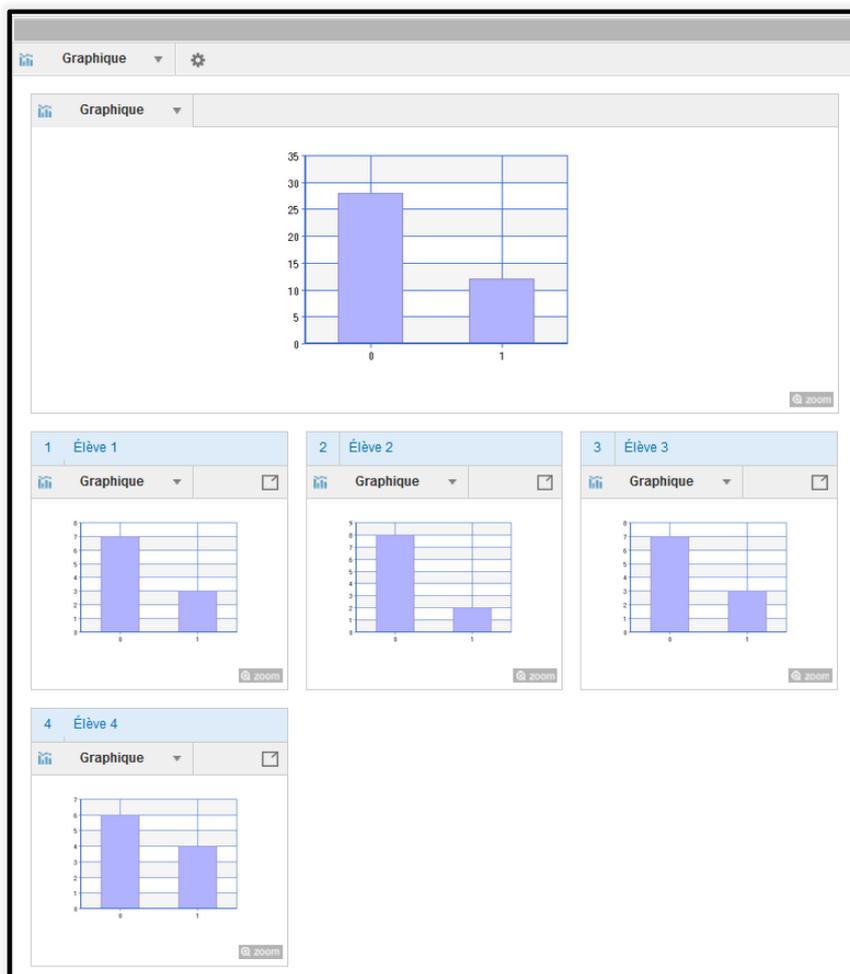
	×	0	EFFC	
8		0		1
9		0		1
10		1		1
11		0		1

On génère ensuite le QR-Code correspondant à cette série de valeurs afin de la partager avec l'ensemble des élèves de la classe : **SHIFT** **OPTN**





Annexe 2. Diagrammes en bâtons des séries des élèves



Annexe 3. Diagramme en bâtons obtenu après regroupement des données des élèves

Retrouvez toutes nos ressources pédagogiques sur www.casio-education.fr