

# GRAPHE 3D GEOMETRIE DANS L'ESPACE



1.	Menu Graphe 3D .....	2
2.	Suppression d'une équation .....	2
3.	Création d'une équation d'un plan .....	3
4.	Equation cartésienne d'un plan.....	3
5.	Equation paramétrique d'un plan .....	4
6.	Plan passant par 3 points .....	4
7.	Affichage des plans .....	5
8.	Création d'une équation d'une droite .....	5
9.	Equation cartésienne d'une droite .....	5
10.	Equation paramétrique d'une droite.....	6
11.	Equation Point-Vecteur d'une droite .....	7
12.	Equation d'une droite avec 2 points.....	7
13.	Affichage de droites.....	8
14.	Création d'une équation d'une sphère .....	8
15.	Equation factorisée d'une sphère .....	8
16.	Equation développée d'une sphère .....	9
17.	Affichage de sphères.....	10
18.	Création et affichage d'un cylindre.....	11
19.	Création et affichage d'un cône .....	13
20.	Choix des couleurs Graphe 3D.....	14
21.	Sauvegarde des graphes 3D .....	15
22.	Affichage des axes .....	16
23.	Intersections de graphes 3D .....	18
1.	Intersections avec des plans .....	18
2.	Intersection de deux plans.....	19
24.	Positions relatives d'un plan et de droites.....	21
25.	Le mode équation de surface .....	23
3.	Equation paramétrique d'une surface .....	24
4.	Surface de révolution obtenue par rotation d'une courbe plane .....	26
5.	Tracé de points sur une surface .....	28
6.	Réglage de la fenêtre d'affichage d' une surface et utilisation de Trace .....	30

## Ce que disent les textes du programme de terminale S sur la géométrie dans l'espace :

« Dans cette partie, il s'agit, d'une part de renforcer la vision dans l'espace entretenue en classe de première, d'autre part de faire percevoir toute l'importance de la notion de direction de droite ou de plan.

...

L'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier des problèmes d'intersection de droites et de plans, en choisissant un cadre adapté, vectoriel ou non, repéré ou non. »

### Application :

Nous aborderons dans ce chapitre le menu Graphe 3D de la calculatrice graphique CASIO **Graph 90+E** en nous servant de différents exercices en accord avec le programme de géométrie dans l'espace de terminale S ainsi que d'exemples traités dans le supérieur.

#### 1. Menu Graphe 3D

##### À partir du Menu PRINCIPAL

Accéder à [MAIN MENU] à l'aide de la touche [MENU]  
Sélectionner l'icône **Graphe 3D** à l'aide des flèches.  
Valider par la touche [EXE]



Appuyer sur le raccourci [ALPHA] [J]  
en haut à droite de l'icône.

L'éditeur de graphes 3D s'affiche.

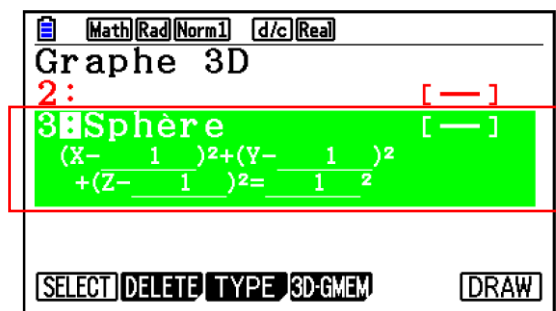
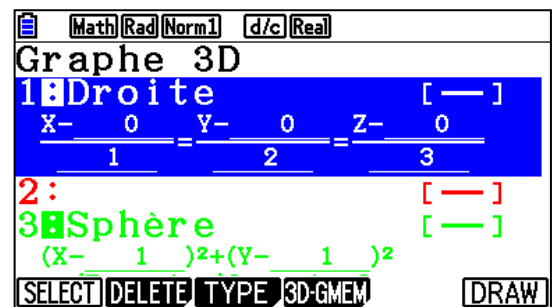
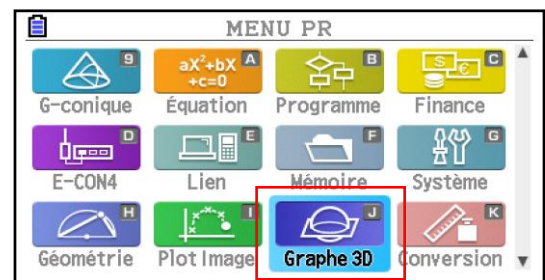
Il est alors possible d'utiliser cet écran pour saisir des équations pour 3 graphes 3D, les modifier et les tracer.

Chaque graphe a une couleur différente, par exemple : **bleu**, **rouge** ou **verte**.

#### 2. Suppression d'une équation

**Application** : Effacer uniquement l'équation saisie en **3**

Sélectionner à l'aide des flèches [▲] [▼] l'équation saisie en **3**.



Appuyer sur la touche **[F1]** pour accéder à **{SEL}** et sélectionner l'équation.

Appuyer sur la touche **[F2]** pour accéder à **{DEL}** et effacer l'équation.

Appuyer sur la touche **[F1]** pour confirmer la suppression de l'équation de l'éditeur.

### 3. Création d'une équation d'un plan

Nous allons voir plusieurs façons de créer une **équation d'un plan**.

#### 4. Equation cartésienne d'un plan

**Application** : Entrer l'équation cartésienne d'un plan  $x + y + z - 5 = 0$  dans la ligne **2**.

Il s'agit de saisir une équation cartésienne d'un plan de la forme  $ax + by + cz + d = 0$  avec a, b, c et d des réels.

Appuyer sur la touche **[F3]** pour accéder à **{TYPE}** et sélectionner **Plan** à l'aide de la flèche et **[EXE]**.



**A noter** : Par défaut, la calculatrice propose la saisie de l'équation cartésienne du plan.

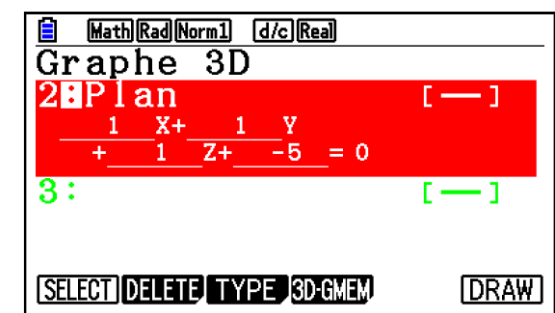
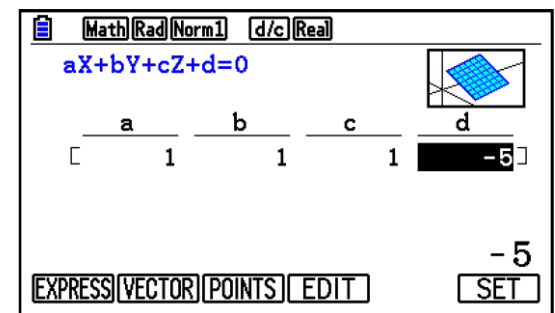
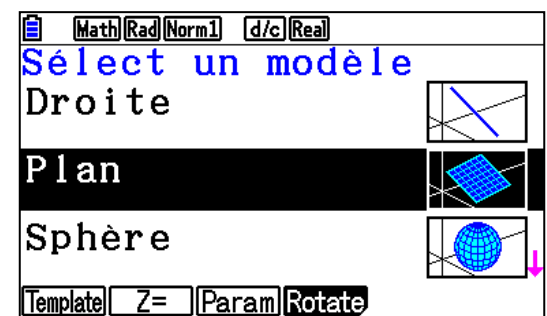
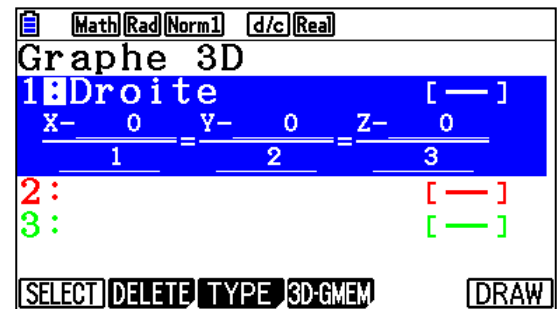
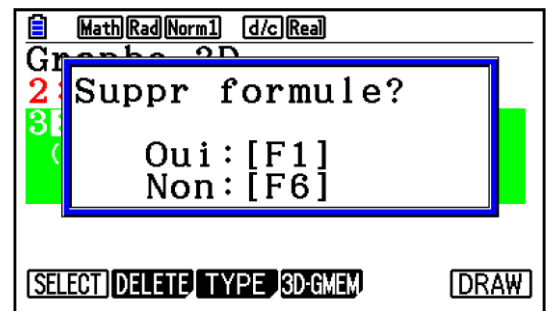
On peut alors rentrer les coefficients associés à l'équation du plan en faisant **[EXE]** à chaque saisie  $a = b = c = 1$ , et  $d = -5$ .

Pour éventuellement modifier les données rentrées appuyer sur la touche **[F4]** pour accéder à **{EDIT}**.

Terminer par **[EXE]** pour valider votre équation.



On peut également utiliser la touche **[F6]** pour accéder à **{SET}** afin de valider l'équation.



5. Equation paramétrique d'un plan

**Application** : Entrer l'équation paramétrique d'un plan passant par le point  $A(1; 2; 3)$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u}(1; 1; 0)$  et  $\vec{v}(0; 1; 1)$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace. L'équation sera saisie dans la ligne 3.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et sélectionner **Plan** à l'aide de la flèche et **EXE**.

Appuyer sur la touche **F2** pour accéder à **{VECTOR}** et créer l'équation paramétrique du plan.

On peut alors rentrer les coordonnées du point  $A$  et des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  associés en faisant **EXE** à chaque saisie.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.

On obtient bien ainsi l'équation paramétrique du plan,  $t$  et  $s$  étant des paramètres réels, avec un système :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t + s \\ z = 3 + s \end{cases}$$

6. Plan passant par 3 points

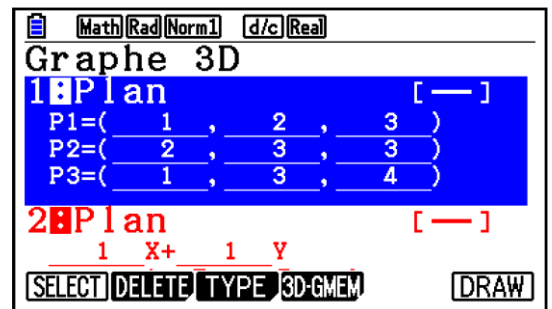
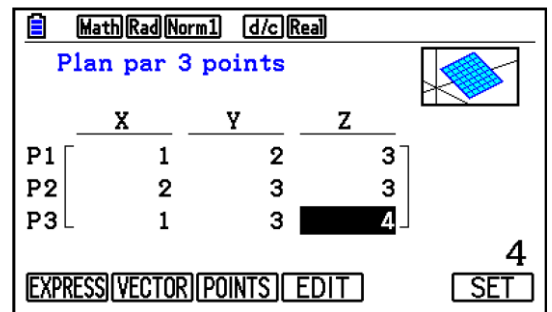
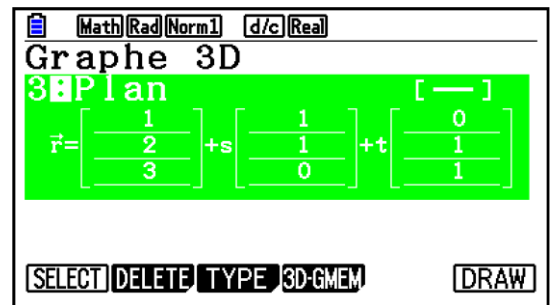
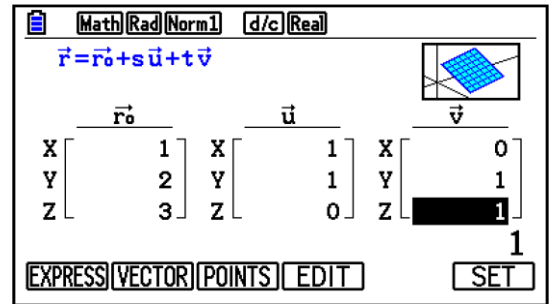
**Application** : Définir un plan passant par 3 points  $P_1(1; 2; 3)$ ;  $P_2(2; 3; 3)$  et  $P_3(1; 3; 4)$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace. L'équation sera saisie dans la ligne 1.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et sélectionner **Plan** à l'aide de la flèche et **EXE**.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{POINTS}** et créer l'équation paramétrique du plan.

On peut alors rentrer les coordonnées des points  $P_1(1; 2; 3)$ ;  $P_2(2; 3; 3)$  et  $P_3(1; 3; 4)$  associés en faisant **EXE** à chaque saisie.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.



7. Affichage des plans

**Application** : Afficher les plans dont les équations ont été saisies dans les lignes 1 à 3 du menu Graphe 3D.

Appuyer sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher tous les plans sélectionnés.

Les plans sont affichés en couleurs. Chaque couleur correspond à une équation d'un plan, par exemple, le plan en **bleu** correspond à l'équation de la ligne 1.

On peut ne pas afficher un plan, par exemple le plan en **rouge**.

**Désélectionner le plan**

Pour cela, appuyer sur **EXIT** et se déplacer à l'aide des flèches **▲ ▼** jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche **F1** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **☐** en surbrillance.

Appuyer à nouveau sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher des plans sélectionnés.

8. Création d'une équation d'une droite

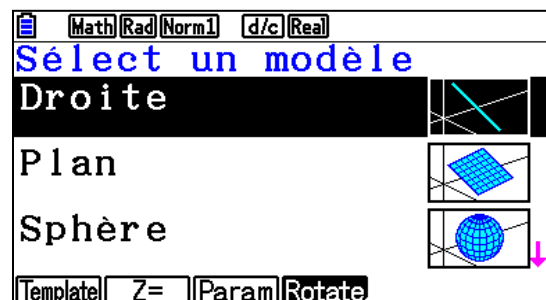
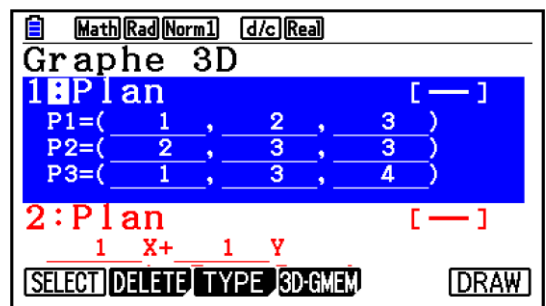
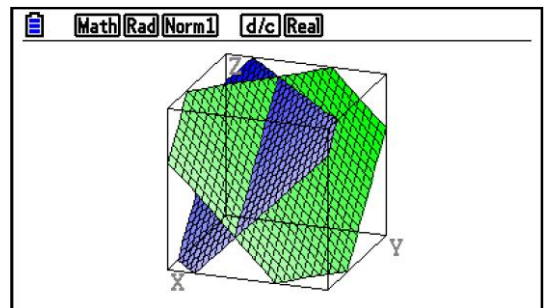
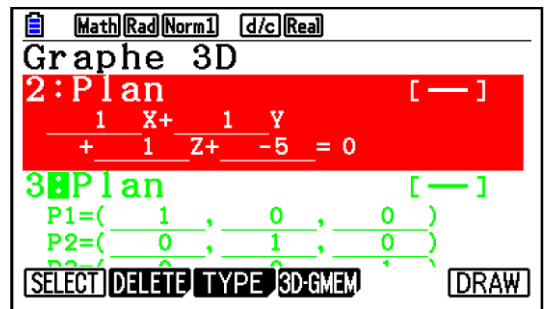
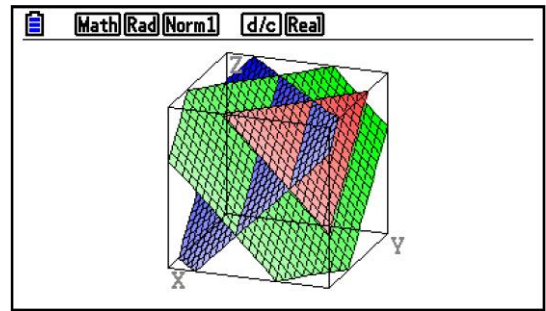
Nous allons voir plusieurs façons de créer une équation d'une droite.

9. Equation cartésienne d'une droite

**Application** : Entrer les équations cartésiennes  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  définissant une droite dans 1.

Il s'agit de saisir une équation cartésienne d'une droite de l'espace de la forme  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$  avec a, b, et c des réels ainsi que  $(x_0; y_0; z_0)$  un point de la droite, les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}**



et sélectionner **Droite** et  $\boxed{\text{EXE}}$ .



**A noter :** Par défaut, la calculatrice propose la saisie de l'équation cartésienne de la droite.

On peut alors rentrer les coefficients associés à l'équation de la droite en faisant  $\boxed{\text{EXE}}$  à chaque saisie :  $x_0 = 1$  ,  $y_0 = 2$  ;  $z_0 = 3$  ;  $a = 1$  ;  $b = 2$  et  $c = 3$

Pour éventuellement modifier les données rentrées appuyer sur la touche  $\boxed{\text{F5}}$  pour accéder à  $\{\text{EDIT}\}$ .

Terminer par  $\boxed{\text{EXE}}$  pour valider votre équation.



On peut également utiliser la touche  $\boxed{\text{F6}}$  pour accéder à  $\{\text{SET}\}$  afin de valider l'équation.

### 10. Equation paramétrique d'une droite

**Application :** Entrer l'équation paramétrique d'une droite passant par le point  $A(1;2;3)$  et de vecteur directeur  $\vec{v}(1;1;0)$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace. L'équation sera saisie dans la ligne 2.

Appuyer sur la touche  $\boxed{\text{F3}}$  pour accéder à  $\{\text{TYPE}\}$  et sélectionner **Droite** et  $\boxed{\text{EXE}}$ .

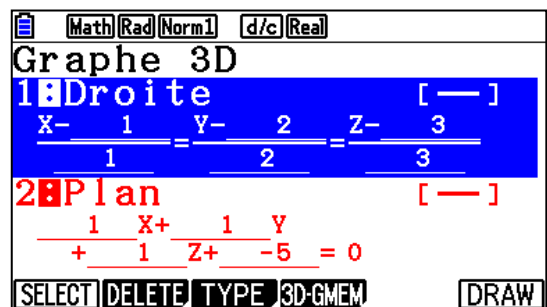
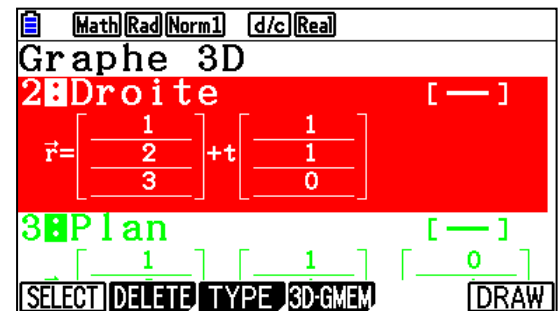
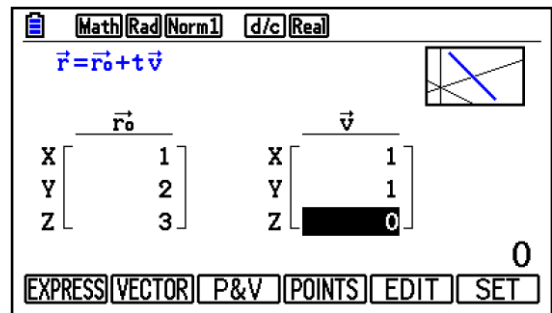
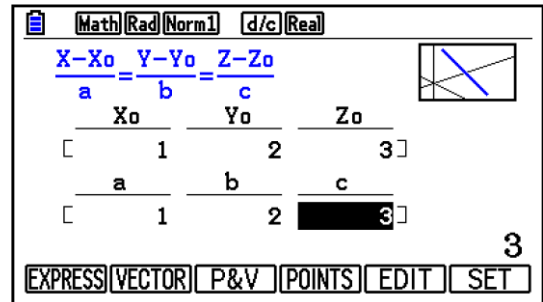
Appuyer sur la touche  $\boxed{\text{F2}}$  pour accéder à  $\{\text{VECTOR}\}$  et créer l'équation paramétrique de la droite.

On peut alors rentrer les coordonnées du point  $A$  et du vecteur directeur  $\vec{v}$  en faisant  $\boxed{\text{EXE}}$  à chaque saisie.

Terminer par  $\boxed{\text{EXE}}$  pour valider votre équation.

On obtient bien ainsi l'équation paramétrique de la droite,  $t$  étant un paramètre réel, avec un système :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$$



11. Equation Point-Vecteur d'une droite

**Application** : Entrer l'équation d'une droite passant par le point  $A(1;2;3)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(0; 1; 1)$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace.

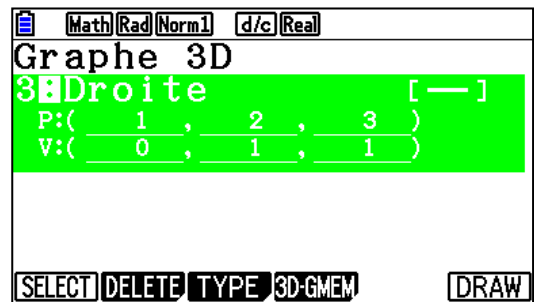
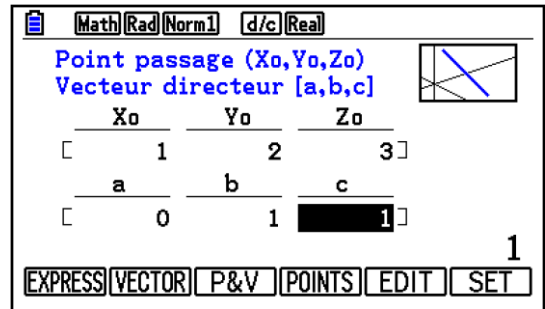
L'équation sera saisie dans la ligne 3.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et sélectionner **Droite** et **EXE**.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{P&V}** et créer l'équation de la droite.

On peut alors rentrer les coordonnées du point  $A(x_0; y_0; z_0)$  et du vecteur  $\vec{u}(a; b; c)$  associé en faisant **EXE** à chaque saisie.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.



12. Equation d'une droite avec 2 points

**Application** : Entrer l'équation d'une droite passant par les points  $P_1(1;2;3)$  et  $P_2(1;3;4)$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère de l'espace.

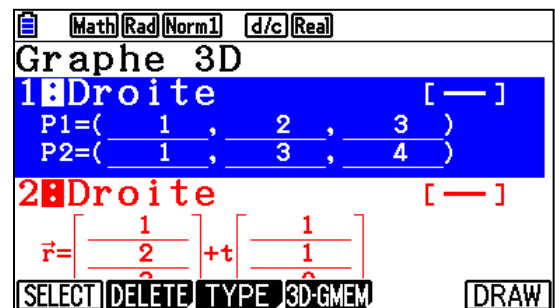
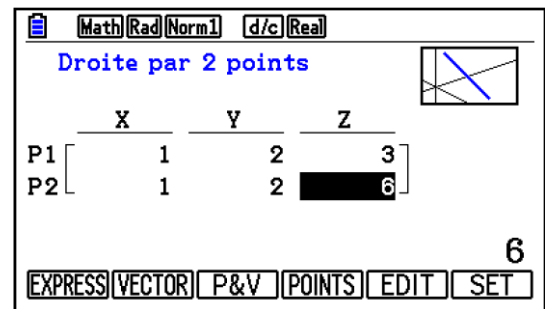
L'équation sera saisie dans la ligne 1.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et sélectionner **Droite** et **EXE**.

Appuyer sur la touche **F2** pour accéder à **{POINTS}** et créer l'équation de la droite.

On peut alors rentrer les coordonnées des points  $P_1(1;2;3)$  et  $P_2(1;3;4)$  en faisant **EXE** à chaque saisie.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.



13. Affichage de droites

**Application** : Afficher les droites dont les équations ont été saisies dans les lignes 1 à 3 du menu Graphe 3D.

Appuyer sur la touche **[F6]** pour accéder à **{DRAW}** et afficher toutes les droites sélectionnées.

Les droites sont affichées en couleurs. Chaque couleur correspond à une équation d'une droite, par exemple, la droite en **bleu** correspond à l'équation de la ligne 1.

On peut ne pas afficher une droite, par exemple la droite en **rouge**.

**Désélectionner la droite**

Pour cela, appuyer sur **[EXIT]** et se déplacer à l'aide des flèches **▲ ▼** jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche **[F1]** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **■** en surbrillance.

Appuyer à nouveau sur la touche **[F6]** pour accéder à **{DRAW}** et afficher des droites sélectionnées.

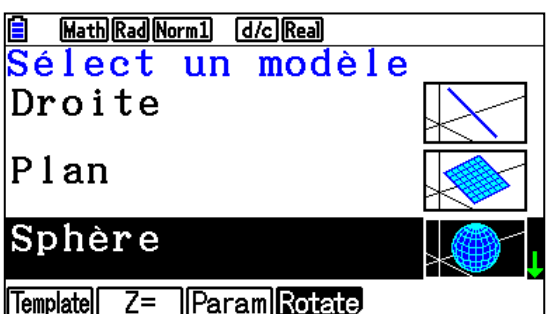
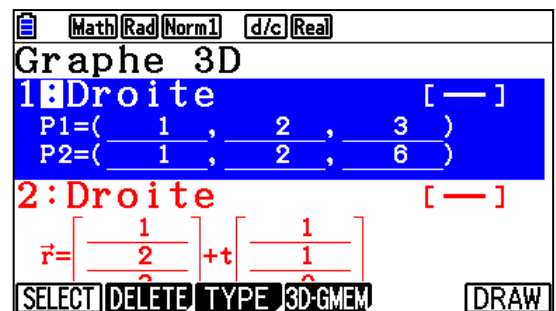
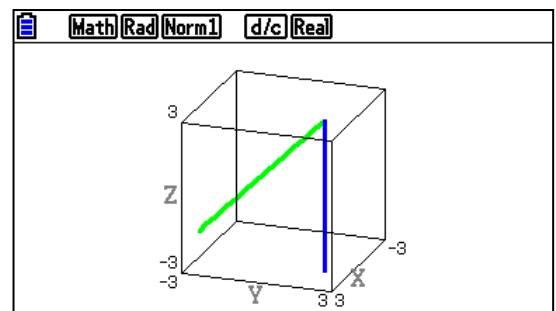
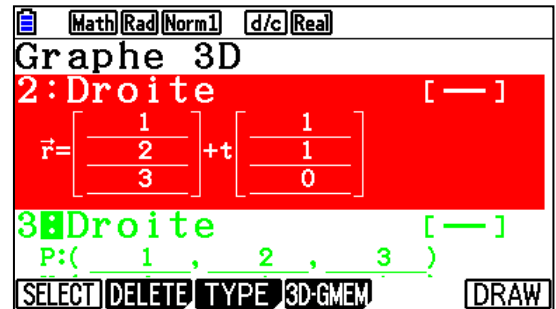
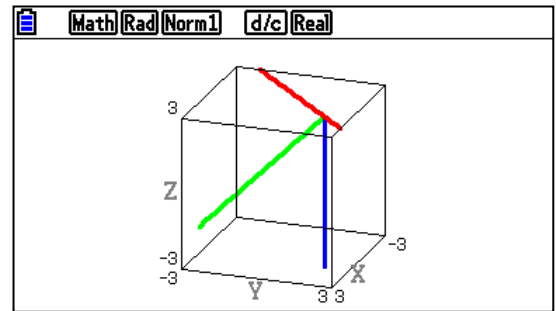
14. Création d'une équation d'une sphère

Nous allons voir deux façons de créer une équation d'une sphère.

15. Equation factorisée d'une sphère

**Application** : Entrer l'équation cartésienne factorisée de la sphère de centre  $\Omega(1;1;1)$  et de rayon  $r = 1$  dans la ligne 1.

Il s'agit de saisir une équation d'une sphère de la forme  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$  avec  $a, b,$  et  $c$  des réels et  $r > 0$ , les coordonnées étant exprimées dans un repère orthonormé de l'espace.





Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne **Sphère** et **EXE**.



**A noter** : Par défaut, la calculatrice propose la saisie de l'équation factorisée de la sphère.

On peut alors rentrer les coefficients associés à l'équation de la sphère en faisant **EXE** à chaque saisie :  $a = b = c = r = 1$ .

Pour éventuellement modifier les données rentrées appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{EDIT}**.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.



On peut également utiliser la touche **F6** pour accéder à **{SET}** afin de valider l'équation.

**16. Equation développée d'une sphère**

**Application** : Entrer l'équation développée de la sphère :  $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z + \frac{1}{2} = 0$  dans la ligne **2**.

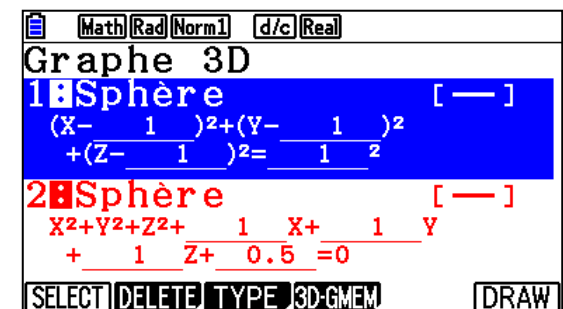
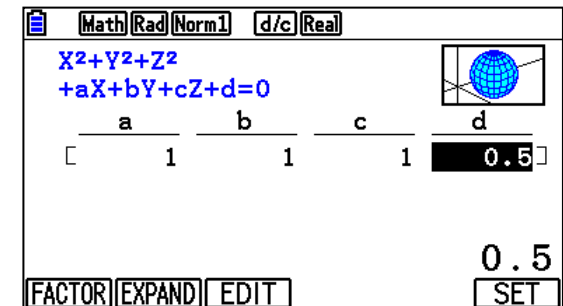
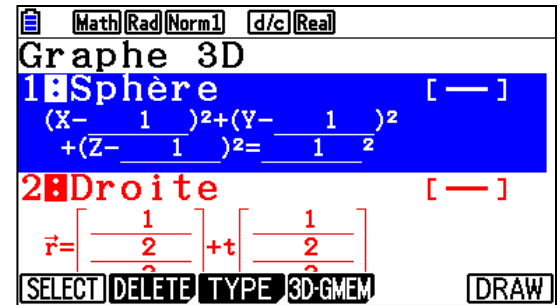
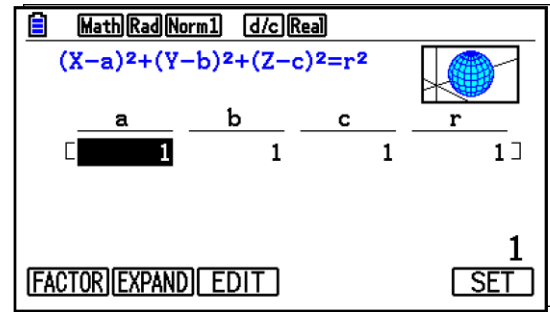
Il s'agit de saisir une équation d'une sphère de la forme  $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$  avec  $a, b, c$  et  $d$  des réels, les coordonnées étant exprimées dans un repère orthonormé de l'espace.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne sélectionner **Sphère** et **EXE**.

Appuyer sur la touche **F2** pour accéder à **{EXPAND}** et créer l'équation de la sphère.

On peut alors rentrer les coefficients associés à l'équation de la sphère en faisant **EXE** à chaque saisie :  $a = b = c = 1$  et  $d = \frac{1}{2}$

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.



17. Affichage de sphères

**Application** : Afficher les cercles dont les équations ont été saisies dans les lignes 1 et 2 du menu Graphe 3D.

Appuyer sur la touche **[F6]** pour accéder à **{DRAW}** et afficher toutes les sphères sélectionnées.

Les sphères sont affichées en couleurs. Chaque couleur correspond à une équation d'une sphère, par exemple, la sphère en **bleu** correspond à l'équation de la ligne 1.

On peut ne pas afficher une sphère, par exemple la sphère en **rouge**.

**Sélectionner la sphère**

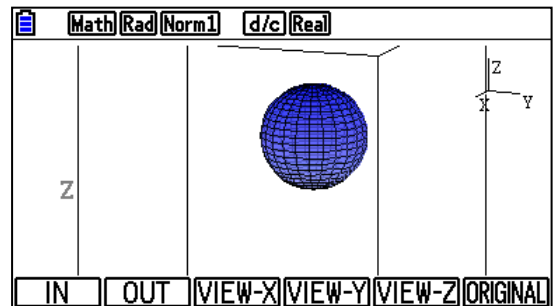
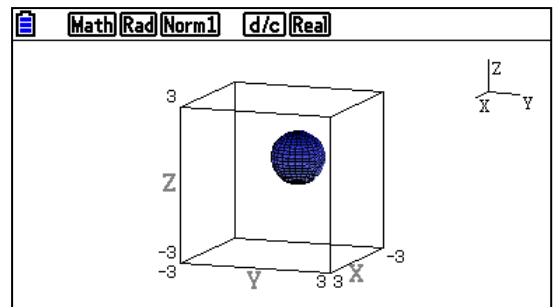
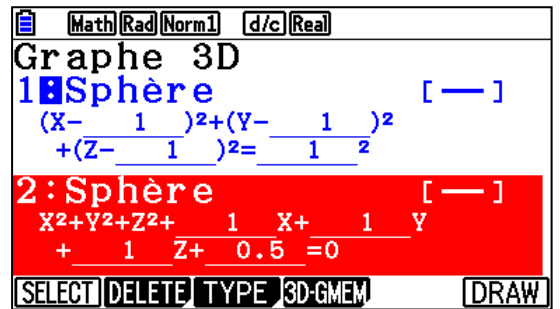
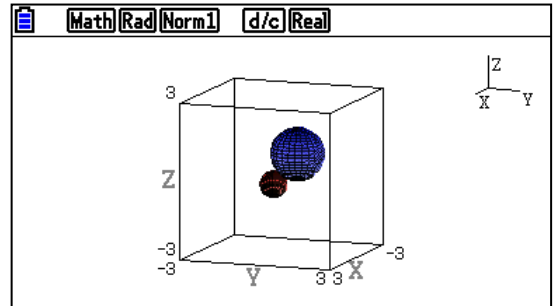
Pour cela, appuyer sur **[EXIT]** et se déplacer à l'aide des flèches **▲ ▼** jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche **[F1]** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **☐** en surbrillance.

Appuyer à nouveau sur la touche **[F6]** pour accéder à **{DRAW}** et afficher la sphère sélectionnée.

On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches **[SHIFT] [F2] {ZOOM}** et puis **[F1] {IN}** pour agrandir ou **[F2] {OUT}** pour réduire la sphère.

**A noter** : Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner **[F6] {ORIGINAL}**.



18. Création et affichage d'un cylindre

Nous voulons afficher un cylindre de centre  $\Omega(a; b; c)$  de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .


**Application** : Définir et afficher le cylindre de centre  $\Omega(0; 0; 0)$  et de rayon  $r = 2$  et de hauteur  $h = 3$ . Le cylindre sera défini dans la ligne **3**.

Appuyer sur la touche **F3** pour accéder à **{TYPE}** et se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne **Cylindre** et appuyer sur **EXE**.

Entrer le rayon = 2 ,  $Z_{min} = 0$  qui correspond à la cote du centre  $\Omega(0; 0; 0)$  puis  $Z_{max} = 3$  pour la hauteur  $h$  et enfin l'abscisse et l'ordonnée de  $\Omega$  :  $X = 0$  et  $Y = 0$  en se déplaçant avec la flèche  $\blacktriangledown$

Appuyer sur **EXE** à chaque saisie.

Terminer par **EXE** pour valider votre équation.

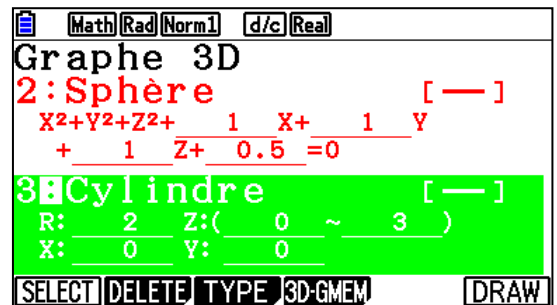
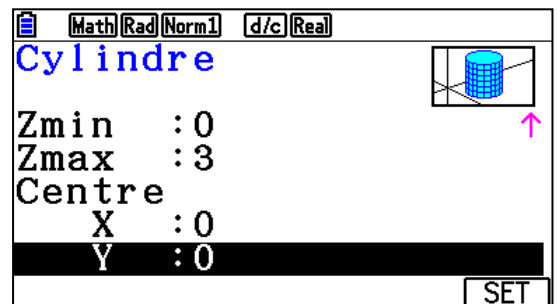
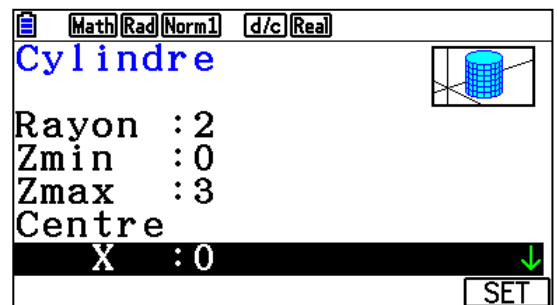
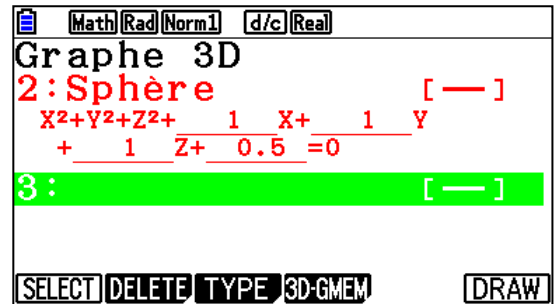
 On peut également utiliser la touche **F6** pour accéder à **{SET}** afin de valider l'équation.

Pour l'affichage du cylindre, uniquement, penser à éventuellement à désélectionner les équations définies dans les lignes **1** et **2**.

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche **F1** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **:** en surbrillance.

Pour l'affichage, appuyer sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher le cylindre.



On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches **[SHIFT] [F2] {ZOOM}** et puis **[F1] {IN}** pour agrandir ou **[F2] {OUT}** pour réduire le cylindre.



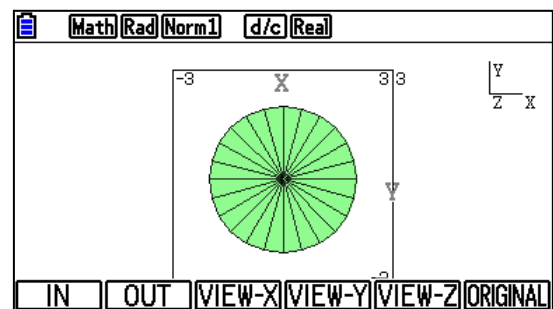
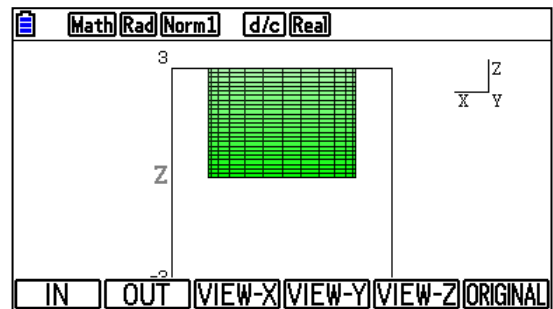
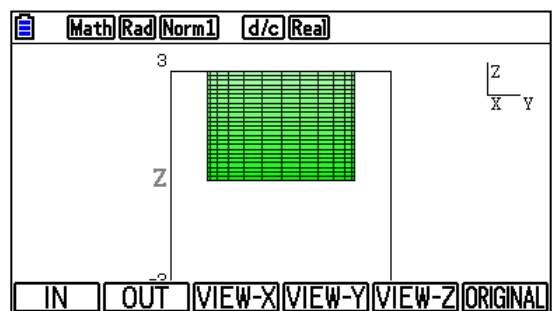
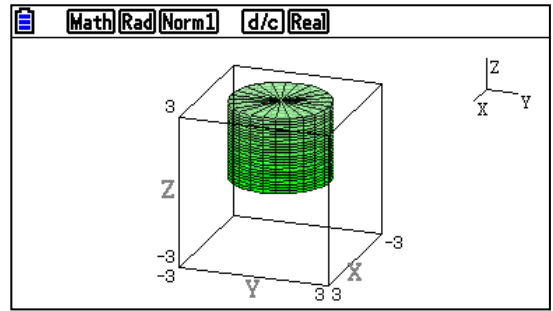
**A noter :** Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner **[F6] {ORIGINAL}**.

On peut également utiliser **[SHIFT] [F3] {VIEW-X}** pour avoir une projection du cylindre sur le plan  $X=0$  ou **[F4] {VIEW-Y}** sur le plan  $Y=0$  ou **[F5] {VIEW-Z}** sur le plan  $Z=0$ .

**VIEW-X**

**VIEW-Y**

**VIEW-Z**



19. Création et affichage d'un cône

Nous voulons afficher avec le mode {TEMPLATE} un cône de centre  $\Omega(a; b; c)$ , de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  avec  $a, b,$  et  $c$  des réels,  $r > 0$  et  $h > 0$ .


**Application** : Définir et afficher le cône de centre  $\Omega(0; 0; 0)$ , de rayon  $r = 2$  et de hauteur  $h = 3$ . Le cône sera défini dans la ligne 3.

Appuyer sur la touche [F3] pour accéder à {TYPE} et se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne sélectionner **Cône** et [EXE].

Entrer le rayon = 2,  $Z_{min} = 0$  qui correspond à la cote du centre  $\Omega(0; 0; 0)$  puis  $Z_{max} = 3$  pour la hauteur  $h$  et enfin l'abscisse et l'ordonnée de  $\Omega$  :  $X = 0$  et  $Y = 0$  en se déplaçant avec la flèche  $\blacktriangledown$

Faire [EXE] à chaque saisie.

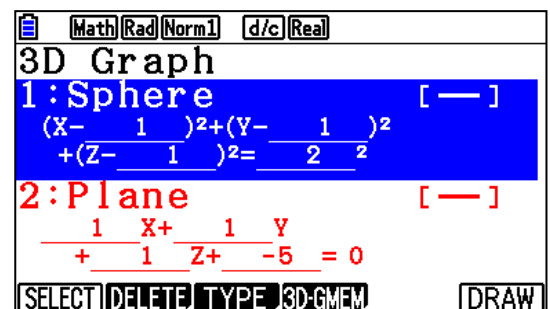
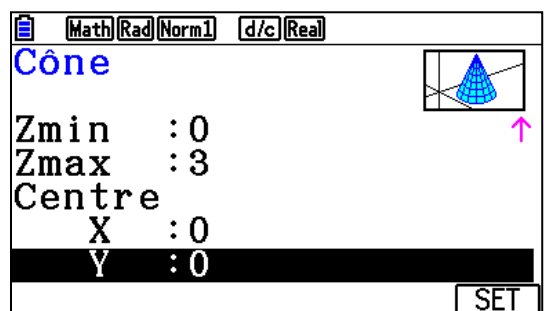
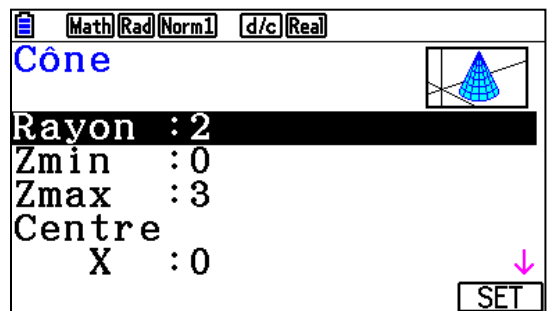
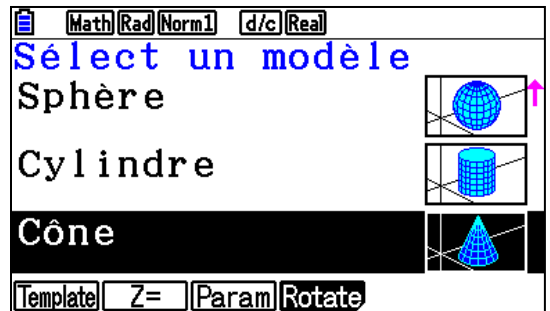
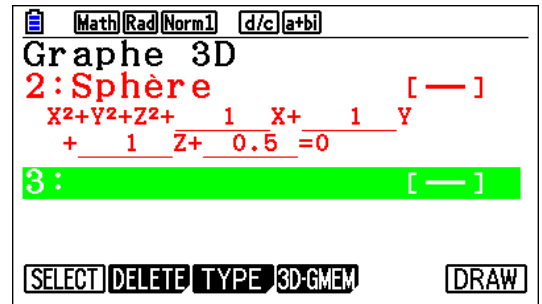
Terminer par [EXE] pour valider votre équation.

 On peut également utiliser la touche [F6] pour accéder à {SET} afin de valider l'équation.

Pour l'affichage du cône, uniquement, penser à éventuellement désélectionner les équations définies dans les lignes 1 et 2.

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne souhaitée.


Appuyer sur la touche [F1] pour accéder à {SELECT} et désélectionner l'équation.



Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe  $\square$  en surbrillance.

Pour l'affichage, appuyer sur la touche  $\boxed{F6}$  pour accéder à **{DRAW}** et afficher le cône.

On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches  $\boxed{SHIFT} \boxed{F2}$  **{ZOOM}** et puis  $\boxed{F1}$  **{IN}** pour agrandir ou  $\boxed{F2}$  **{OUT}** pour réduire le cône.

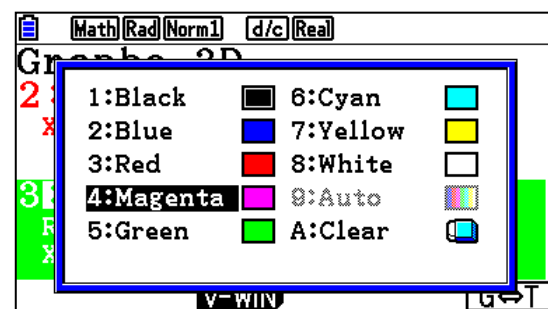
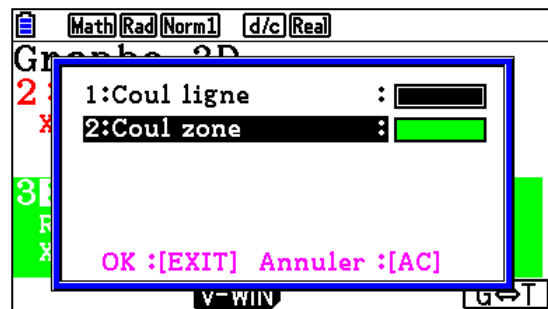
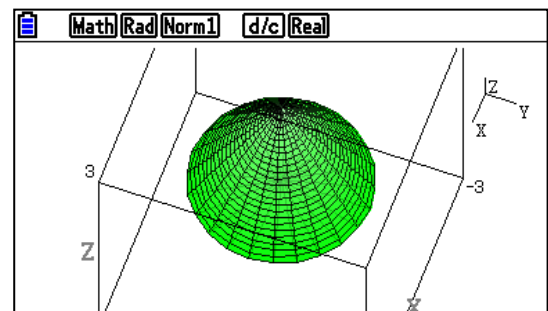
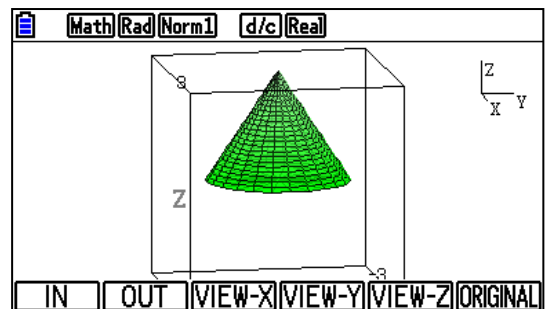
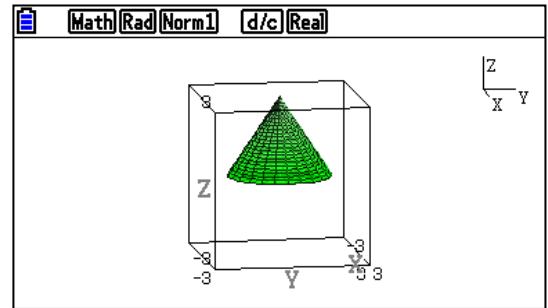
 **A noter :** Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner  $\boxed{F6}$  **{ORIGINAL}**.

Pour mieux observer l'allure de la surface, on peut faire tourner la surface à l'aide des flèches directionnelles  $\blacktriangle \blacktriangledown \blacktriangleleft \blacktriangleright$

## 20. Choix des couleurs Graphe 3D

On peut choisir la couleur d'affichage d'une ligne ou d'une zone définie par une équation en sélectionnant  $\boxed{SHIFT} \boxed{5}$  **{FORMAT}**

Sélectionner la couleur souhaitée en se déplaçant avec les flèches  $\blacktriangle \blacktriangledown$



Valider avec la touche **[EXE]** terminer par **[EXIT]**

L'équation concernée change de couleur.

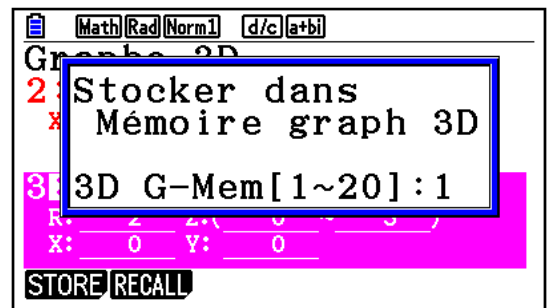
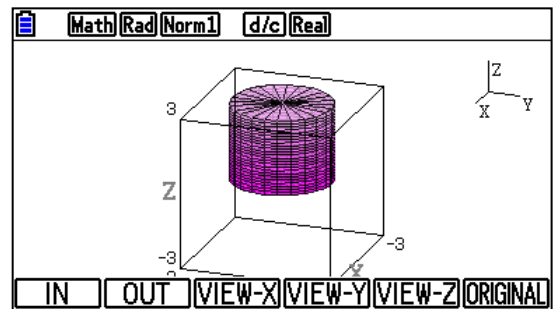
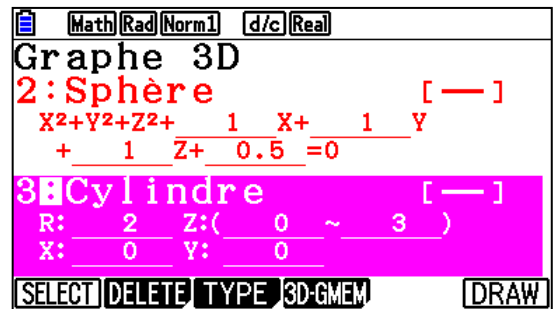
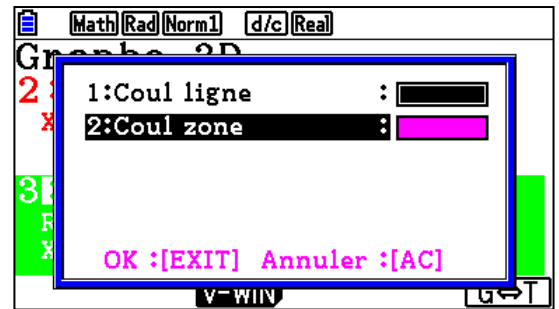
L'affichage avec la touche **[F6]** **{DRAW}** donne un graphe 3D avec la nouvelle couleur.

**21. Sauvegarde des graphes 3D**

On a la possibilité de sauvegarder les équations définissant les graphes 3D.

Sélectionner **[F4]** **{3D GMEM}** puis **[F1]** **{STORE}** et indiquer un numéro de mémoire de 1 à 20 puis **[EXE]**. On a ainsi la possibilité d'enregistrer 3 graphiques.

 **A noter :** On peut sauvegarder jusqu'à 3 x 20= 60 graphiques 3D différents.



Pour récupérer les graphiques 3D sélectionner **F4** {3D GMEM} puis **F2** {RECALL} et indiquer un numéro de mémoire de 1 à 20 puis **EXE**.  
On a ainsi la possibilité de récupérer 3 graphiques.

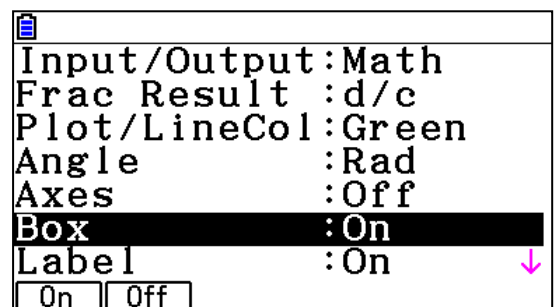
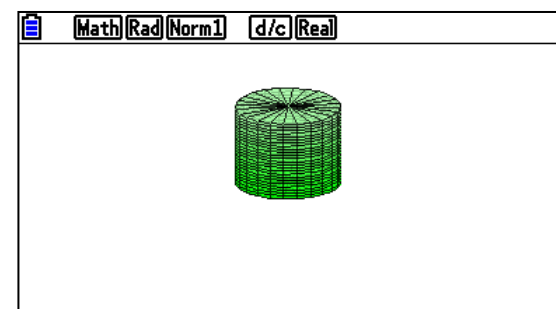
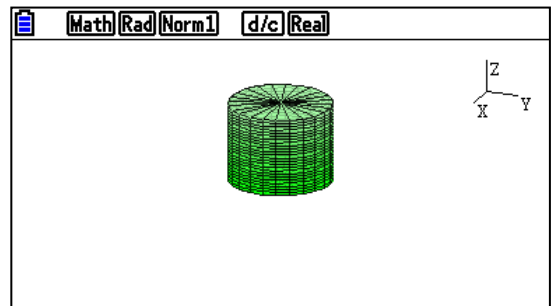
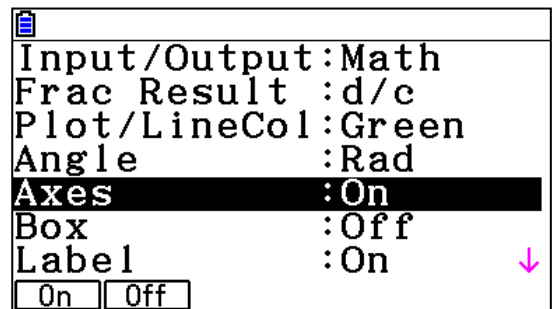
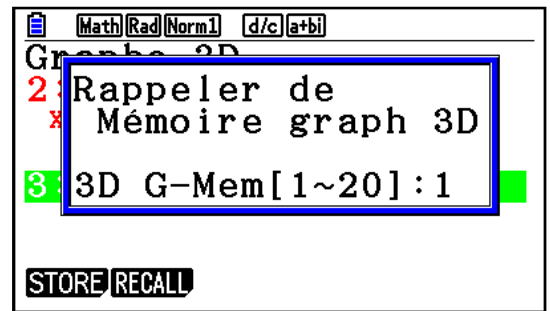
## 22. Affichage des axes

En accédant au menu **SHIFT** **MENU** {SET UP} et en se déplaçant avec les flèches **▲** **▼** sur la ligne **Axes** on peut choisir 2 options d'affichage pour les axes.

Avec **F1** {ON} on peut afficher les axes d'un repère Ox, Oy, Oz

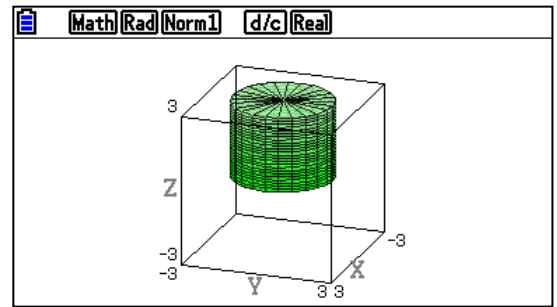
Avec **F2** {Off} on désactive l'affichage des axes.

En se déplaçant avec les flèches **▲** **▼** sur la ligne **Box** on peut afficher ou enlever la boîte qui correspond aux données de la fenêtre d'affichage.



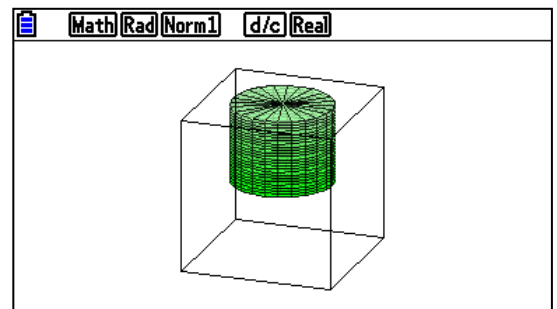


En se déplaçant avec les flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  sur la ligne **Label** on peut afficher ou enlever le nom des axes .



The screenshot shows the settings menu for the 3D plot. The options are as follows:

Input/Output	: Math
Frac Result	: d/c
Plot/LineCol	: Green
Angle	: Rad
Axes	: Off
Box	: On
<b>Label</b>	<b>: Off</b> ↓
	<input type="checkbox"/> On <input type="checkbox"/> Off



23. Intersections de graphes 3D

1. Intersections avec des plans

**Application** : On souhaite visualiser l'intersection d'une sphère de centre  $\Omega(1; 1; 1)$  et de rayon  $r = 2$  que l'on a au préalable définie dans la ligne 1 et le plan d'équation cartésienne  $x + y + z - 5 = 0$  défini dans la ligne 2 ainsi que les intersections de ces objets avec les plans d'équations  $x = k ; y = k$  et  $z = k$  pour un  $k$  réel.

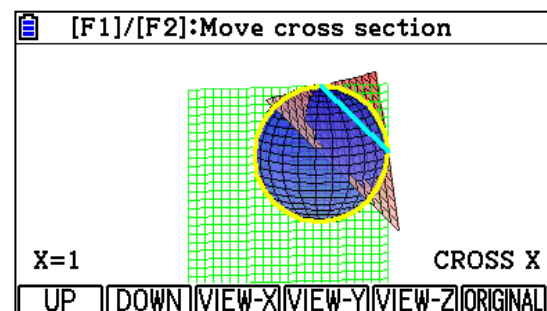
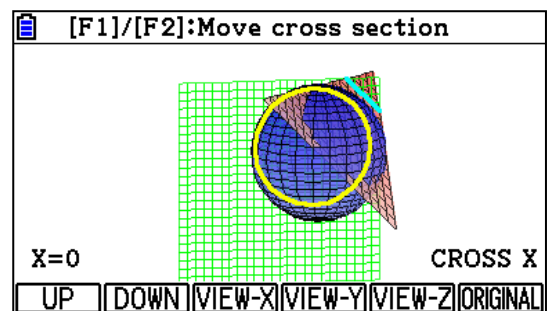
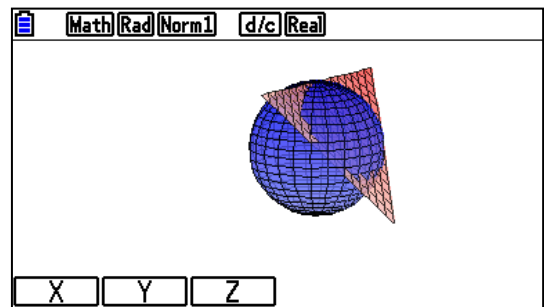
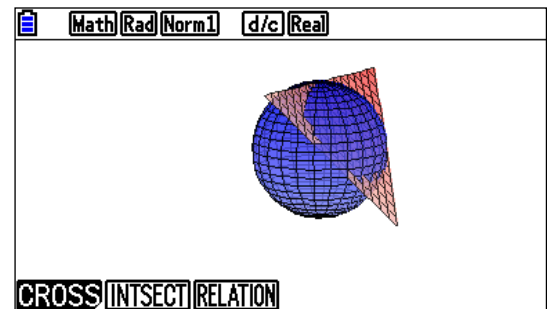
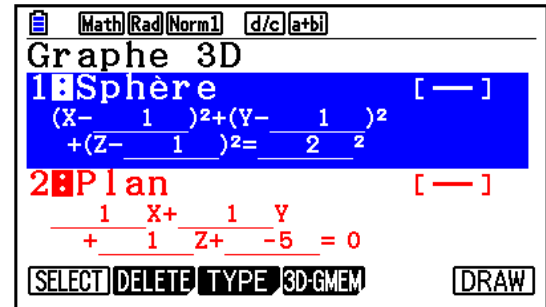
On suppose que les deux graphiques ont été sélectionnés et on affiche les deux graphiques avec sur la touche **F6** {DRAW}.

A l'aide menu **SHIFT** **F5** {G-Solv} on accède au solveur graphique.

Avec **F1** {CROSS} on va pouvoir visualiser des sections avec des plans  $x = k ; y = k$  et  $z = k$  pour un  $k$  réel.  
On peut choisir l'orientation pour afficher l'intersection.

Avec **F1** {X} on peut visualiser l'intersection du plan d'équation  $x = 0$  et les deux graphiques sélectionnés.  
En **jaune**, on obtient l'intersection du plan  $x = 0$  et de la sphère et **en bleu clair** l'intersection du plan  $x = 0$  et du plan sélectionné.

En sélectionnant **F1** {UP} et **F2** {DOWN} on peut ajuster le plan d'équation  $x = k$ .



Avec **[F2] {Y}** on peut aussi visualiser l'intersection du plan d'équation  $y = 0$  et les deux graphiques sélectionnés.

En sélectionnant **[F1] {UP}** et **[F2] {DOWN}** on peut ajuster le plan d'équation  $y = k$ .

Avec **[F3] {Z}** on peut aussi visualiser l'intersection du plan d'équation  $z = 0$  et les deux graphiques sélectionnés.

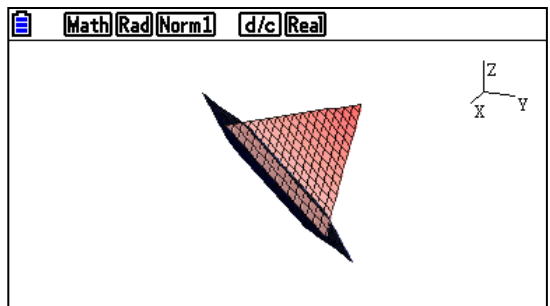
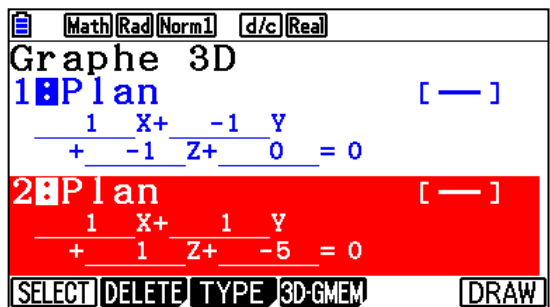
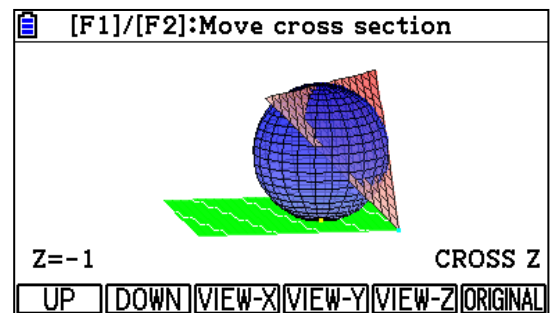
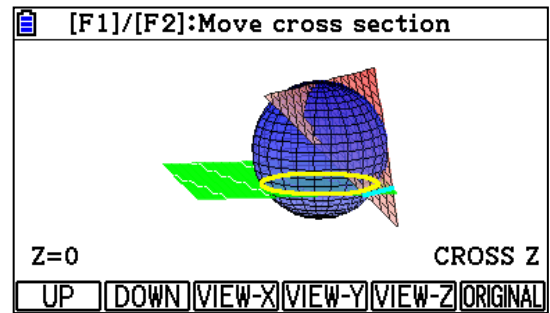
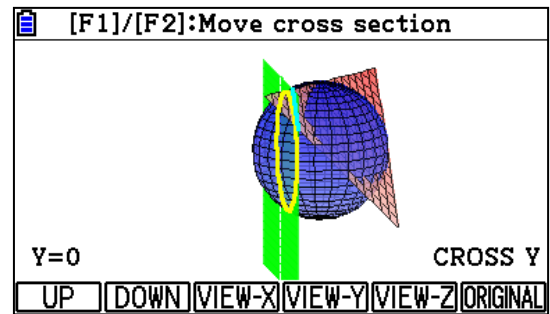
En sélectionnant **[F1] {UP}** et **[F2] {DOWN}** on peut ajuster le plan d'équation  $z = k$ .

Par exemple, on voit graphiquement que le plan d'équation  $z = -1$  est tangent à la sphère au point de coordonnées  $(0; 0; -1)$ .

2. Intersection de deux plans

**Application** : On souhaite visualiser l'intersection du plan d'équation cartésienne  $x - y - z = 0$  que l'on a au préalable définie dans la ligne 1 et le plan d'équation cartésienne  $x + y + z - 5 = 0$  défini dans la ligne 2.

On suppose que les deux équations de plans ont été sélectionnées et on affiche les deux graphiques avec sur la touche **[F6] {DRAW}**.



A l'aide menu **[SHIFT] [F5] {G-Solv}** on accède au solveur graphique.

Avec **[F2] {INTSECT}** on va pouvoir visualiser l'intersection des deux plans.

L'intersection est représentée par une droite de couleur **jaune** qui a pour équation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2.5t \\ y = 2.5 - 2t \\ z = 2t \end{cases} \text{ où } t \text{ est un réel.}$$

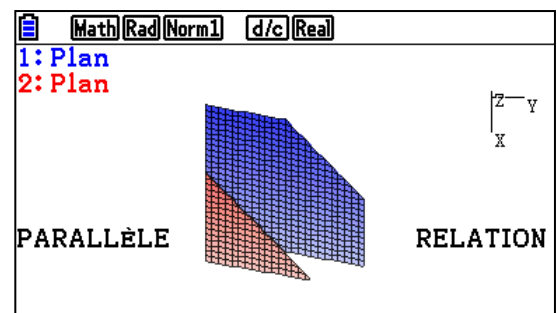
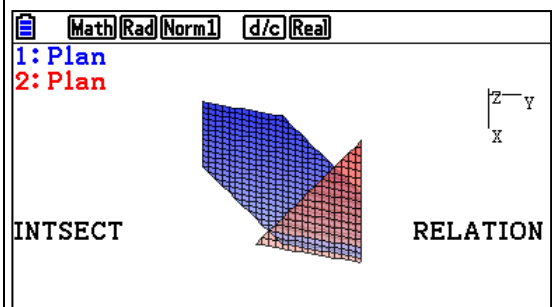
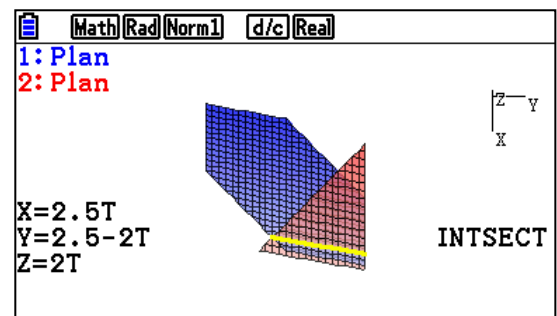
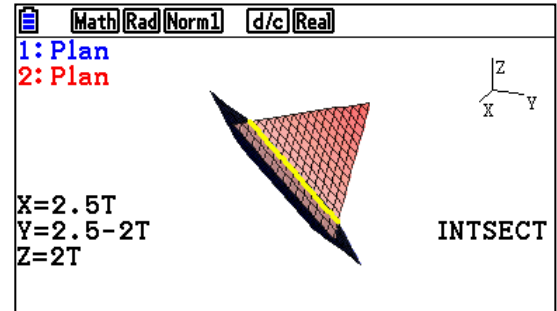
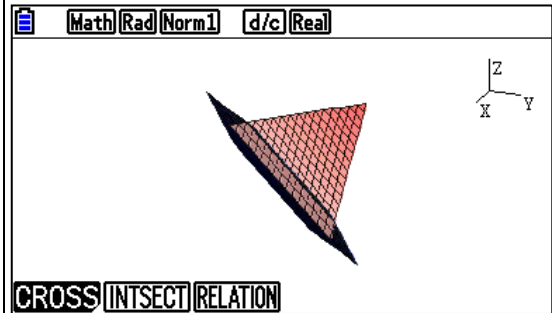
Pour mieux observer l'allure de l'intersection, on peut faire tourner les plans à l'aide des flèches directionnelles **▲ ▼ ◀ ▶**

A l'aide menu **[SHIFT] [F5] {G-Solv}** on peut également avec **[F3] {RELATION}** voir que les plans se coupent : **INTSECT** est affiché sur l'écran

**A noter : On peut utiliser [F2] {INTSECT} et [F3] {RELATION} que pour des plans ou des droites.**

Si on modifie par exemple l'équation du deuxième plan :  $x - y - z - 5 = 0$  défini dans la ligne **2** On obtient à l'aide menu **[SHIFT] [F5] {G-Solv}** et **[F3] {RELATION}** l'affichage : **PARALLELE**

Les deux plans sont parallèles.



24. Positions relatives d'un plan et de droites

**Application** : On souhaite étudier l'intersection du plan d'équation cartésienne  $x - y - z = 0$  que l'on a au préalable définie dans la ligne 1 et les droites d'équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \text{ dans la ligne 2 et } \begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = t' \end{cases} \text{ dans la ligne 3}$$

Avec  $t$  et  $t'$  des nombres réels.

On envisagera, enfin, le cas de la droite d'équation :

$$\begin{cases} x = t'' \\ y = 0 \\ z = -t'' \end{cases} \text{ dans la ligne 3 avec } t'' \text{ nombre réel.}$$

On suppose que les équations ont été sélectionnées et on affiche les graphiques avec sur la touche **[F6] {DRAW}**.

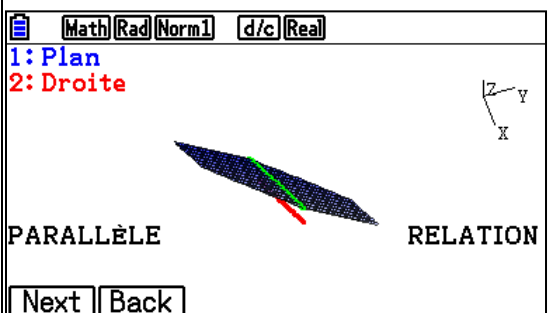
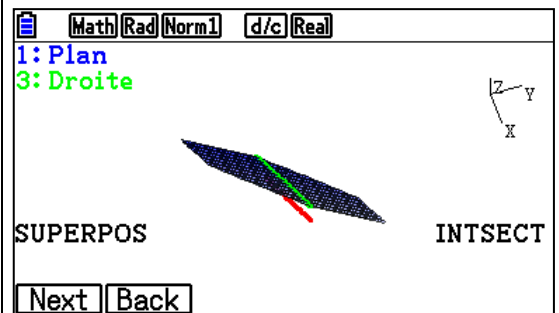
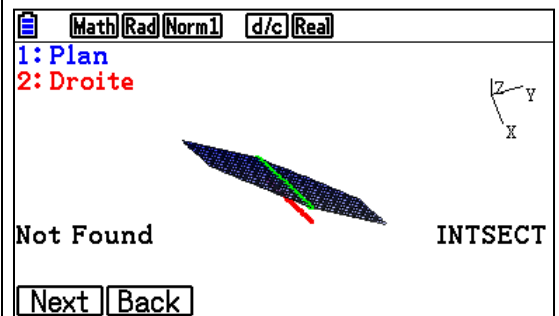
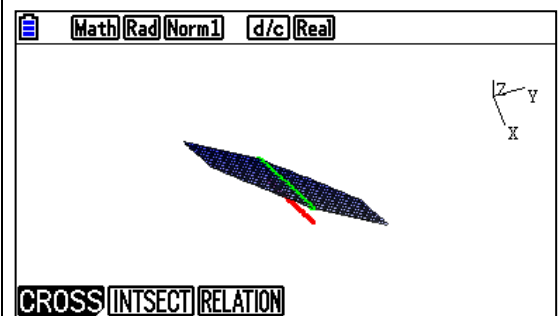
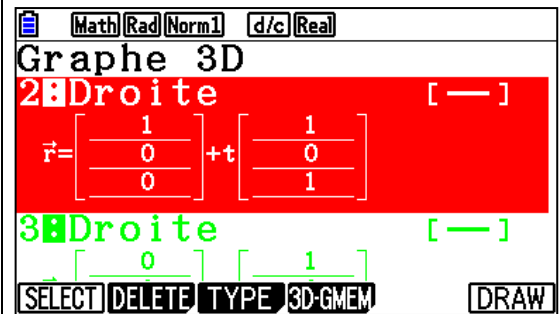
A l'aide menu **[SHIFT] [F5] {G-Solv}** et **[F2] {INTSECT}** on peut voir que pour la droite de la ligne 2 n'a pas d'intersection avec le plan : **Not Found**.

Pour voir l'intersection de la droite de la ligne 3 sélectionner **[F1] {Next}**.

On peut voir que cette droite est contenue dans le plan : **SUPERPOS**.

 **A noter :** On peut utiliser **[F2] {Back}** on revient à la situation précédente

A l'aide menu **[SHIFT] [F5] {G-Solv}** et **[F3] {RELATION}** On peut voir que pour la droite de la ligne 2 est bien parallèle au plan : **PARALLÈLE**.



A l'aide menu  $\text{SHIFT}$   $\text{F5}$   $\{\text{G-Solv}\}$  et  $\text{F3}$   $\{\text{RELATION}\}$  On peut voir que pour la droite de la ligne 3 est bien sur le plan : **SUR LE PLAN**

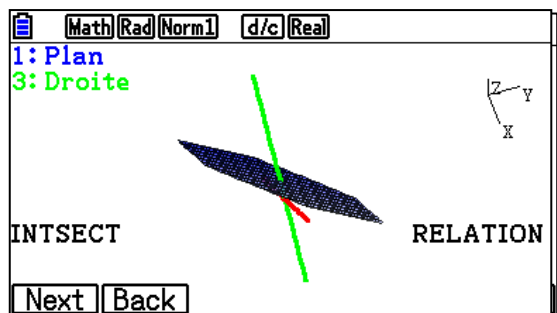
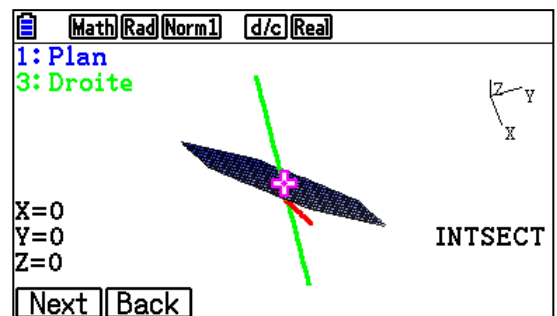
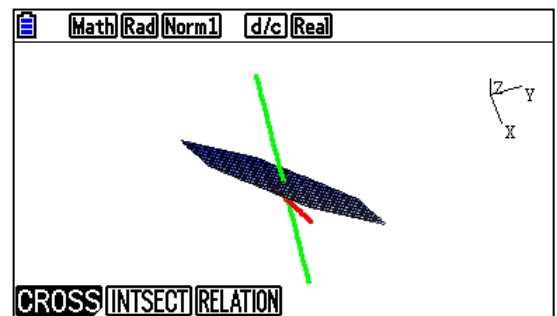
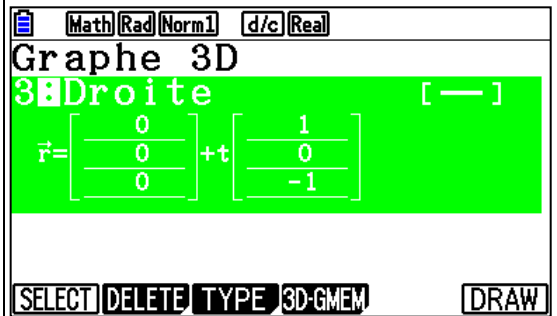
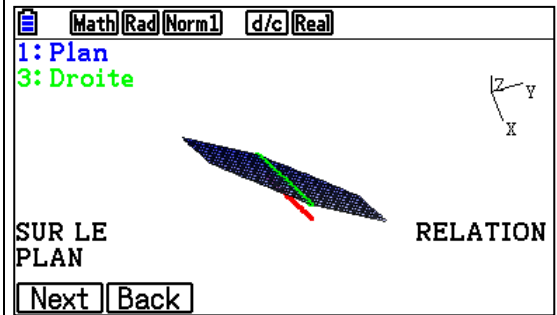


**A noter :** On peut utiliser  $\text{F2}$   $\{\text{INTSECT}\}$  et  $\text{F3}$   $\{\text{RELATION}\}$  que pour des plans ou des droites.

Envisageons, enfin, le dernier cas possible en modifiant la ligne 3

A l'aide menu  $\text{SHIFT}$   $\text{F5}$   $\{\text{G-Solv}\}$  et  $\text{F2}$   $\{\text{INTSECT}\}$  on peut voir que pour la droite de la ligne 3 il y a un unique point d'intersection de coordonnées (0; 0; 0) avec le plan.

A l'aide menu  $\text{SHIFT}$   $\text{F5}$   $\{\text{G-Solv}\}$  et  $\text{F3}$   $\{\text{RELATION}\}$  on peut voir que la droite de la ligne 3 coupe bien le plan : **INTSECT**



25. Le mode équation de surface

Nous voulons afficher avec le mode {Z=} l'équation d'une surface de la forme :  $z = f(x, y)$  où  $f$  est une fonction à deux variables réelles  $x$  et  $y$ .

**Application** : On souhaite visualiser le parabolôïde de révolution d'équation cartésienne :  $z = x^2 + y^2$ . Le parabolôïde sera défini dans la ligne 3.


Appuyer sur la touche [F3] pour accéder à {TYPE}

En sélectionnant [F2] {Z=} on peut rentrer l'équation d'un plan.

Sélectionner la touche [X,θ,T] ou la flèche ► pour afficher les variables X et Y.

Utiliser [F1] {X}, ou [F2] {Y} pour écrire l'équation de la surface :  $Z = X^2 + Y^2$

Faire deux fois [EXE] pour valider l'équation de la surface.

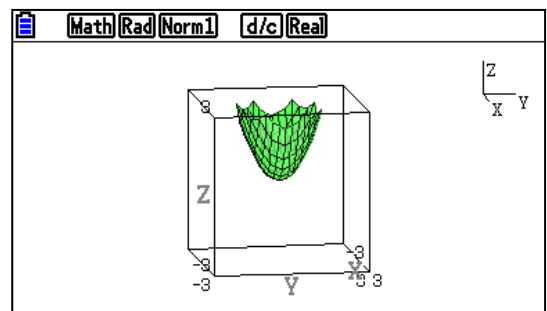
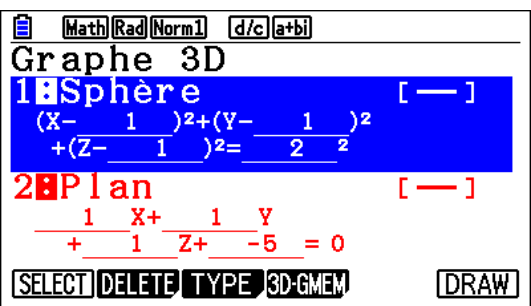
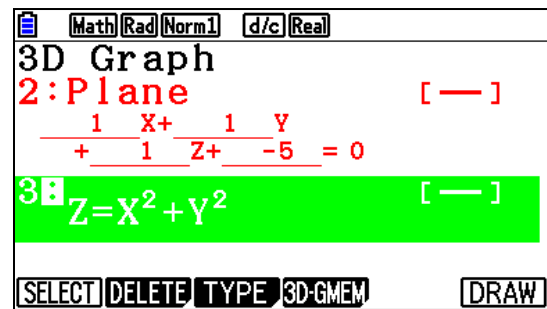
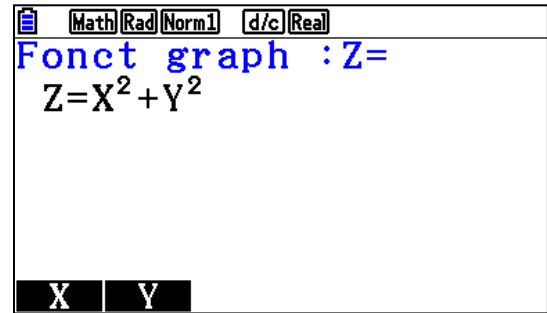
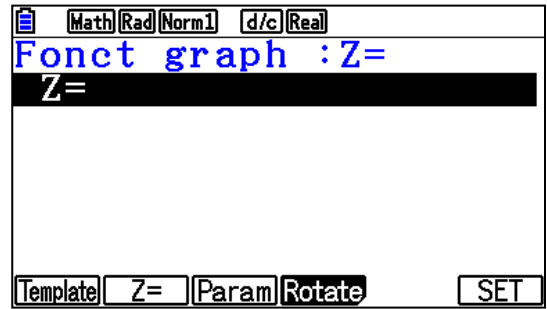
 On peut également utiliser la touche [F6] pour accéder à {SET} afin de valider l'équation.

Pour l'affichage de la surface, uniquement, pensez à éventuellement désélectionner les équations définies dans les lignes 1 et 2.

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches ▲ ▼ jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche [F1] pour accéder à {SELECT} et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe [ ] en surbrillance.

Pour l'affichage, appuyer sur la touche [F6] pour accéder à {DRAW} et afficher la surface.



On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches **[SHIFT]** **[F2]** **{ZOOM}** et puis **[F1]** **{IN}** pour agrandir ou **[F2]** **{OUT}** pour réduire la surface.



**A noter :** Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner **[F6]** **{ORIGINAL}**.

### 3. Equation paramétrique d'une surface

Nous voulons afficher avec le mode **{Param}** l'équation paramétrique d'une surface de la forme :

$$\begin{cases} x = f(s, t) \\ y = g(s, t) \\ z = h(s, t) \end{cases}$$

où f, g et h sont des fonctions à deux variables réelles s et t.

**Application :** On souhaite visualiser la surface du ruban de Möbius d'équation paramétrique :

$$\begin{cases} x = \left(1 + \frac{t}{2} \cos\left(\frac{s}{2}\right)\right) \cos(s) \\ y = \left(1 + \frac{t}{2} \cos\left(\frac{s}{2}\right)\right) \sin(s) \\ z = \frac{t}{2} \sin\left(\frac{s}{2}\right) \end{cases}$$

avec  $-1 \leq t \leq 1$  et  $0 \leq s \leq 2\pi$

Le ruban de Möbius sera défini dans la ligne **3**.

Appuyer sur la touche **[F3]** pour accéder à **{TYPE}**

En sélectionnant **[F3]** **{Param}** on peut rentrer l'équation paramétrique de la surface.

Sélectionner la touche **[X,θ,T]** ou utiliser la flèche **[▶]** pour afficher les variables **S** et **T**.

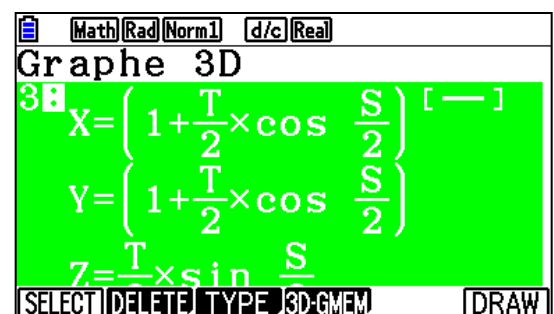
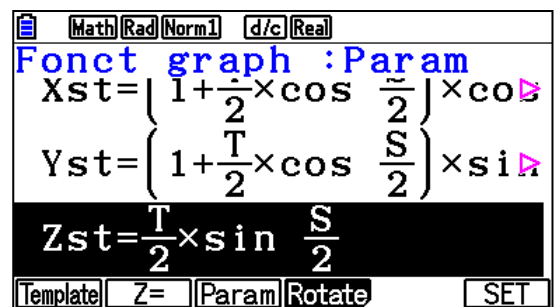
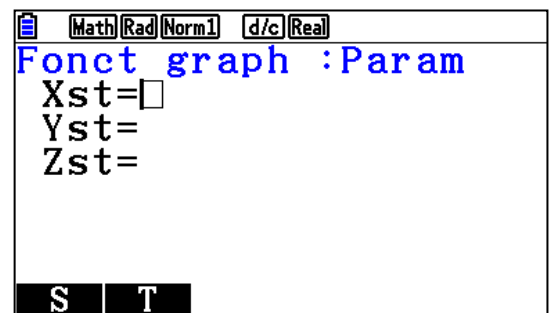
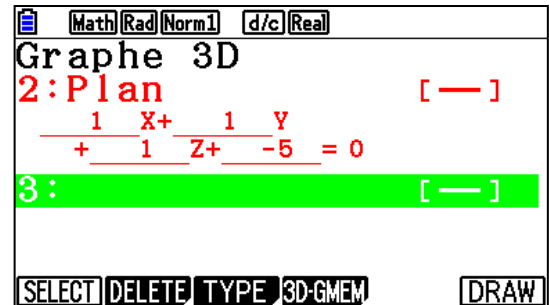
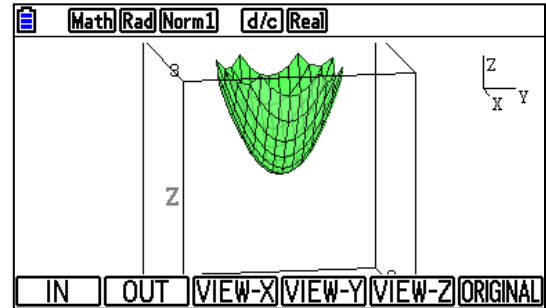
Utiliser **[F1]** **{S}** ou **[F2]** **{T}** pour écrire l'équation paramétrique de la surface.

Faire **[EXE]** pour valider chaque ligne.

Enfin faire **[EXE]** pour valider l'équation de la surface.



On peut également utiliser la touche **[F6]** pour accéder à **{SET}** afin de valider l'équation.





Pour l'affichage de la surface, uniquement, pensez à éventuellement désélectionner les équations définies dans les lignes 1 et 2.

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne souhaitée.

Appuyer sur la touche **F1** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **:** en surbrillance.

Il faut utiliser **SHIFT F3 {V-Window}** pour régler les variables **S** et **T** :


Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne souhaitée pour rentrer les différentes valeurs :

**S min : 0**  
**max : 6.28315307**  
**T min : -1**  
**max : 1**

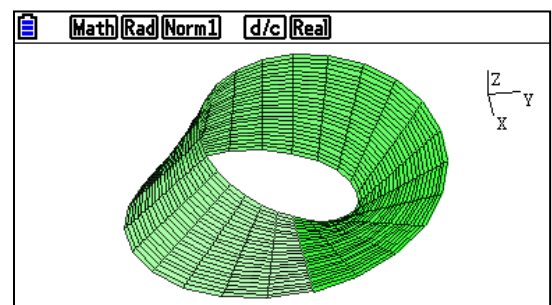
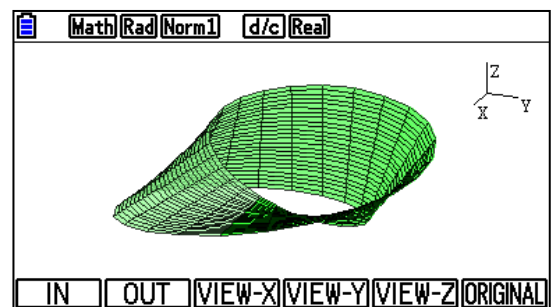
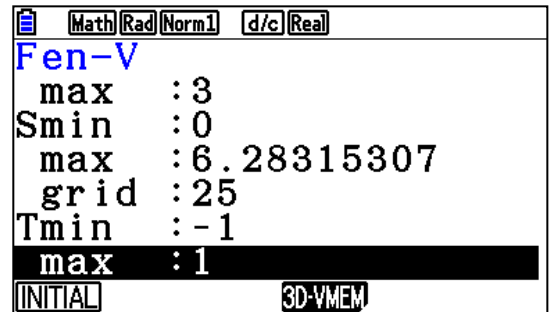
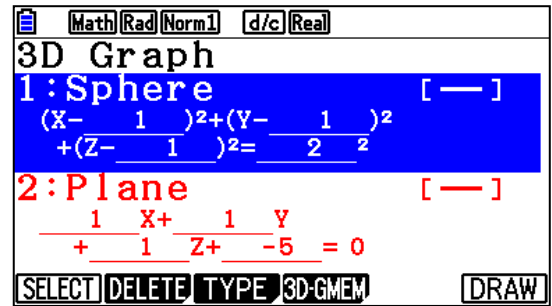
Faire **EXE** pour valider chaque ligne.

Pour l'affichage, appuyer sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher la surface.

On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches **SHIFT F2 {ZOOM}** et puis **F1 {IN}** pour agrandir ou **F2 {OUT}** pour réduire la surface.

 **A noter :** Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner **F6 {ORIGINAL}**.

Pour mieux observer l'allure de la surface, on peut faire tourner la surface à l'aide des flèches directionnelles  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$   $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$



4. Surface de révolution obtenue par rotation d'une courbe plane

On souhaite créer et visualiser une surface par rotation d'une courbe plane d'équation  $y = f(x)$  autour de l'axe des abscisses ou de l'axe des ordonnées.

**Application** : On souhaite obtenir par rotation autour de l'axe des abscisses un hyperboloïde de révolution à partir de la courbe d'équation  $y = \frac{1}{x}$ . L'hyperboloïde sera défini dans la ligne 3.

Appuyer sur la touche **[F3]** pour accéder à **{TYPE}**

En sélectionnant **[F4]** **{Rotate}** on peut créer des surfaces de révolution en sélectionnant soit la touche **[F1]** **{Rot X}** pour une rotation selon l'axe des X ou soit la touche **[F2]** **{Rot Y}** pour une rotation selon l'axe des Y.

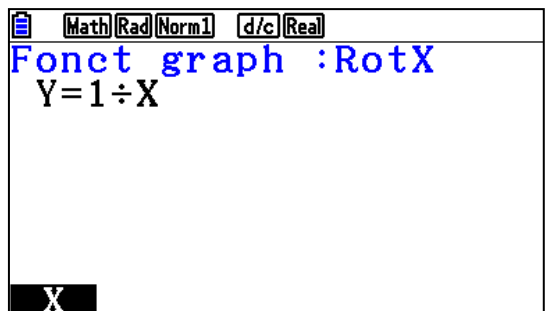
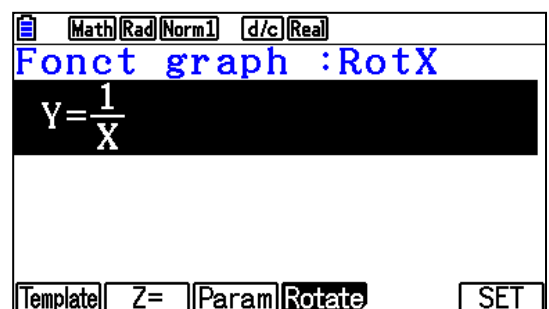
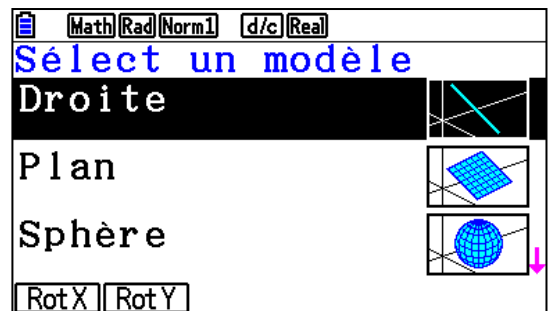
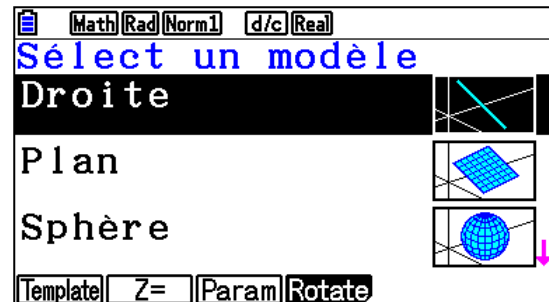
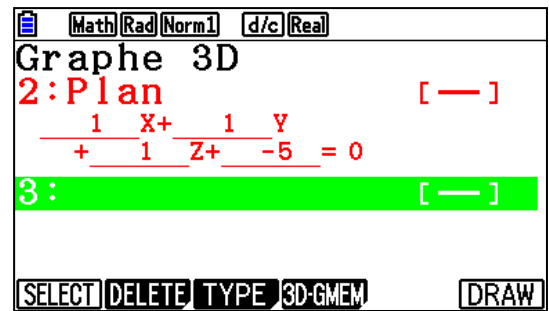
Si on sélectionne **[F1]** **{Rot X}** il faut saisir l'équation de la courbe  $y = \frac{1}{x}$  à l'aide de **[F1]** **{X}**.

Faire **[EXE]** pour valider la ligne.

Enfin faire **[EXE]** pour valider l'équation de la surface.



On peut également utiliser la touche **[F6]** pour accéder à **{SET}** afin de valider l'équation.




Pour l'affichage de la surface, uniquement, pensez à éventuellement désélectionner les équations définies dans les lignes 1 et 2.

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$  jusqu'à la ligne souhaitée.

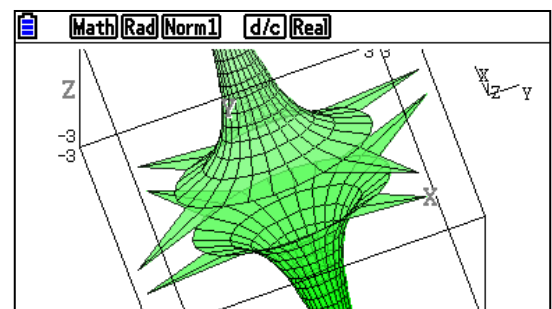
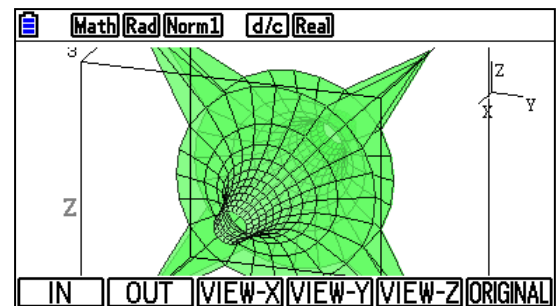
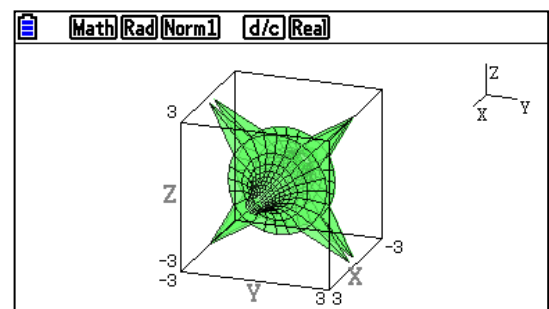
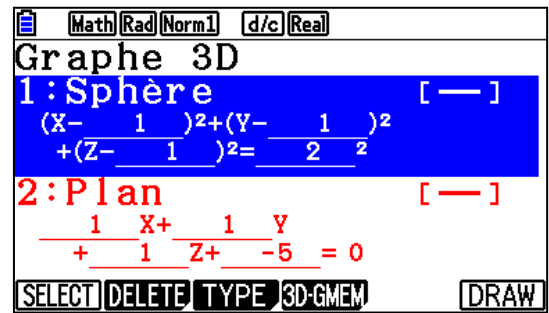
Appuyer sur la touche **F1** pour accéder à **{SELECT}** et désélectionner l'équation. Vérifier que la ligne où se trouve l'expression de l'équation n'a pas un signe **:** en surbrillance.

Pour l'affichage, appuyer sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher la surface.

On peut utiliser le zoom en sélectionnant les touches **SHIFT F2 {ZOOM}** et puis **F1 {IN}** pour agrandir ou **F2 {OUT}** pour réduire la surface.

 **A noter :** Pour revenir à la dimension d'origine il faut sélectionner **F6 {ORIGINAL}**.

Pour mieux observer l'allure de la surface, on peut faire tourner la surface en utilisant les flèches directionnelles  $\blacktriangle$   $\blacktriangledown$   $\blacktriangleleft$   $\blacktriangleright$



5. Tracé de points sur une surface

**Application** : On souhaite afficher des points sur une surface qui a été définie dans la ligne 3 par exemple une surface obtenue par rotation de la courbe plane d'équation  $y = \frac{1}{x^2}$

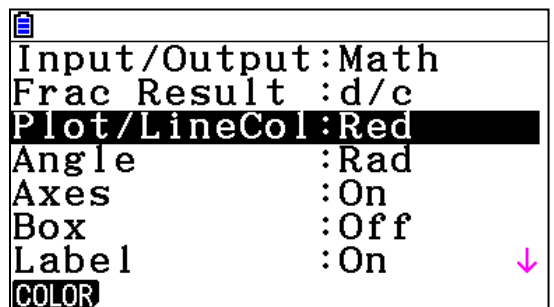
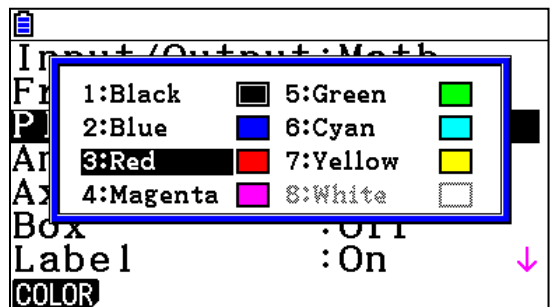
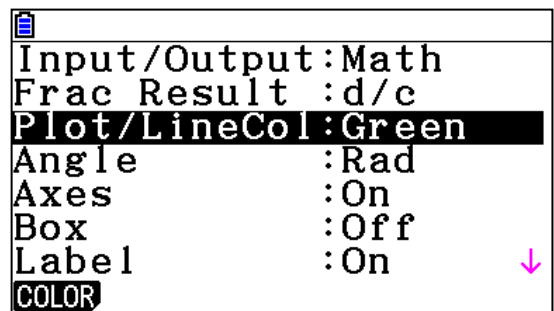
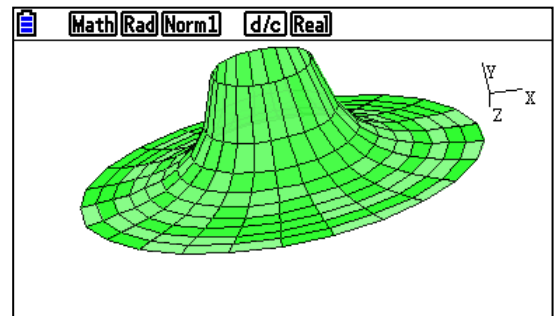
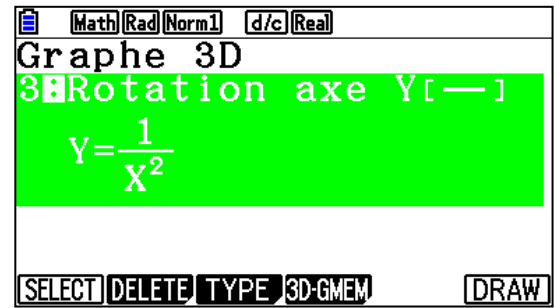
On suppose que la courbe a été saisie dans la ligne 3 et affichée sur l'écran après avoir fait, par exemple, un zoom.

En accédant au menu **SHIFT** **MENU** **{SET UP}** et en se déplaçant avec les flèches **▲** **▼** sur la ligne **Plot/LineCol** on peut choisir la couleur d'affichage des points.

Sélectionner **F1** **{COLOR}**.

Choisir la couleur souhaitée en se déplaçant avec les flèches **▲** **▼**.

Valider avec la touche **EXE** terminer par **EXIT**



Sélectionner **SHIFT** **F4** {Sketch}.

Puis sélectionner **F2** {Plot}.

Un croix **rouge** est affichée.

Valider la création du point avec la touche **EXE**

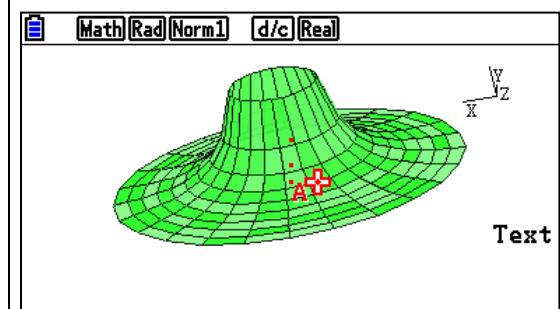
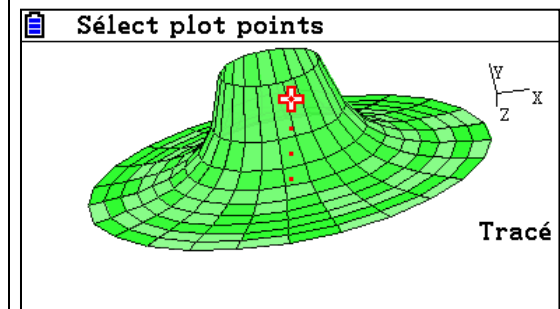
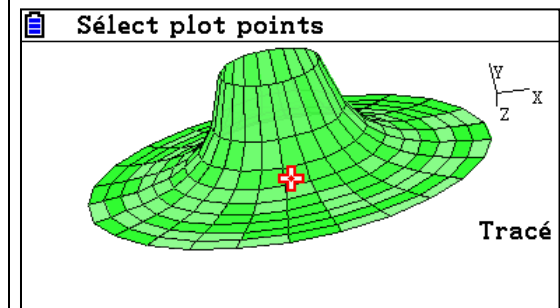
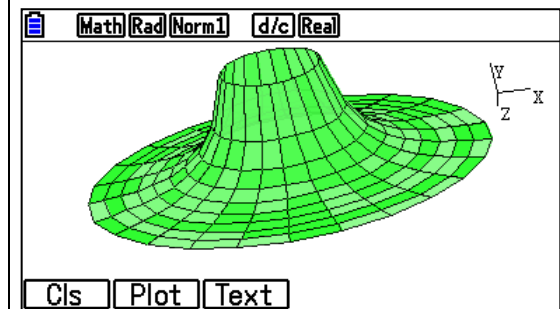
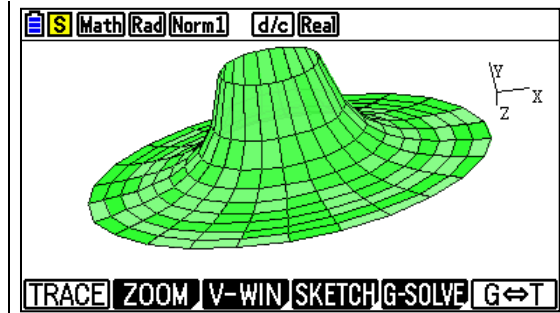
On peut alors se déplacer avec les flèches directionnelles **▲** **▼** **◀** **▶** pour créer des points en validant à chaque fois avec la touche **EXE**

Des points en **rouge** s'affichent.

On peut éventuellement ajouter du texte avec les touches **SHIFT** **F4** {Sketch} et **F3** {Text}.

On se déplace avec les flèches directionnelles **▲** **▼** **◀** **▶** pour saisir du texte à l'aide de **{ALPHA}**.

 **A noter :** Pour effacer les points et le texte et avoir la figure initiale on peut utiliser **SHIFT** **F4** {Sketch} et **F1** {Cls}



6. Réglage de la fenêtre d'affichage d'une surface et utilisation de Trace

**Application** : On souhaite afficher une partie de la surface qui a été définie dans la ligne 3 par exemple une surface obtenue par rotation de la courbe plane d'équation  $y = \frac{1}{x^2}$  avec  $0 \leq x \leq 5$  et  $0 \leq y \leq 1$

On suppose que la courbe a été saisie dans la ligne 3 et affichée sur l'écran.

Il faut utiliser **SHIFT** **F3** **{V-Window}** pour régler la fenêtre des variables X et Y :

Pour cela, se déplacer à l'aide des flèches **▲** **▼** jusqu'à la ligne souhaitée pour rentrer les différentes valeurs :

- X min : 0
- max : 5
- grid : 25
- Y min : 0
- max : 1
- grid : 25

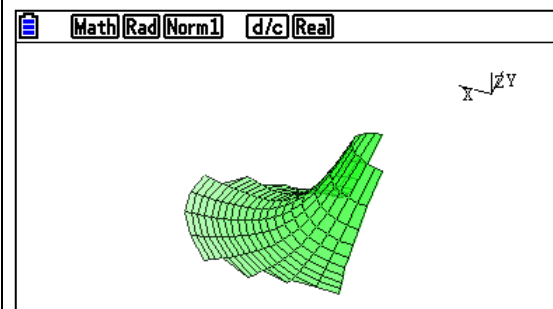
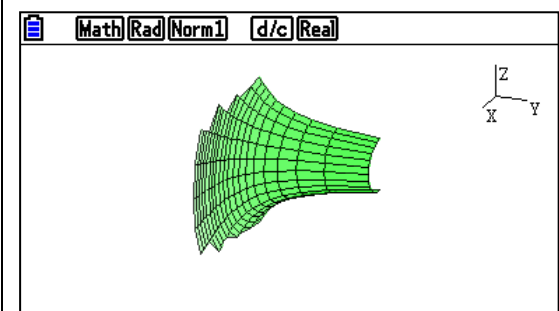
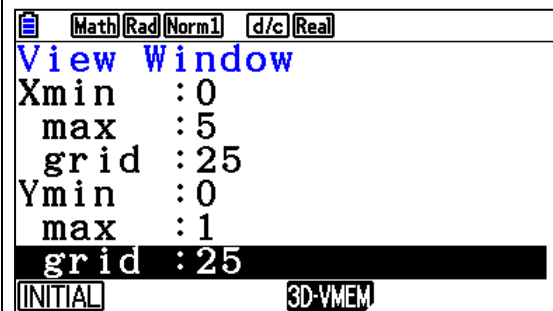
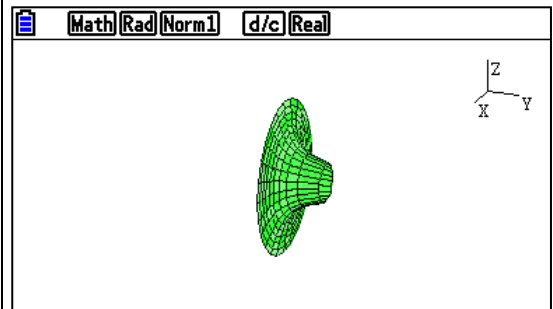
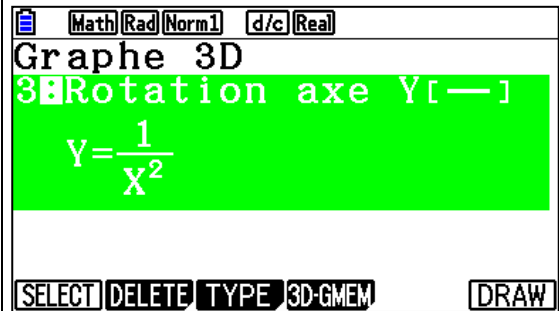
Faire **EXE** pour valider chaque ligne et terminer par **EXIT**

Appuyer sur la touche **F6** pour accéder à **{DRAW}** et afficher la surface.

Pour mieux observer l'allure de la surface ainsi obtenue, on peut faire tourner cette surface en utilisant les flèches directionnelles **▲** **▼** **◀** **▶**



**A noter** : Pour retrouver la figure initiale on peut utiliser **SHIFT** **F3** **{V-Window}** et



## **F1** {INITIAL}

On peut se déplacer sur la surface à l'aide de **SHIFT** **F1** {TRACE}.

Une croix **rouge** est affichée avec les coordonnées du point de la surface où on se trouve.

On peut se déplacer sur surface en utilisant les flèches directionnelles **▲** **▼** **◀** **▶**



**A noter :** Pour revenir à la position initiale sélectionner **F2** {Back}.

