

Baccalauréat - Mars 2023 - Polynésie Spécialité Mathématiques

Collège

- # Suites
- # Arbres pondérés
- # Limites

CASIO



EXERCICE 1 5 points

Thème : probabilités, suites

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A

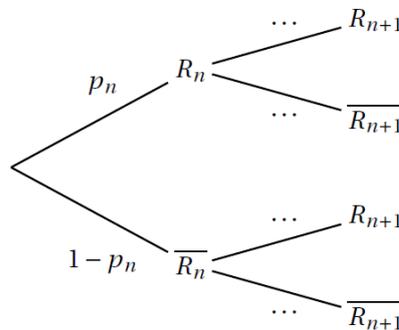
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans 90% des cas le jour suivant;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans 70% des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier naturel n :

- R_n l'évènement : « L'athlète réussit à franchir la haie lors de la n -ième séance »,
- p_n la probabilité de l'évènement R_n . On considère que $p_0 = 0,6$.

1. Soit n un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel n , on a :

$$p_{n+1} = 0,6p_n + 0,3.$$

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = p_n - 0,75$.

- a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- b. Démontrer que, pour tout entier n naturel n :

$$p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n.$$

- c. En déduire que la suite (p_n) est convergente et déterminer sa limite ℓ .
- d. Interpréter la valeur de ℓ dans le cadre de l'exercice.